

DETEKTORCHARAKTERISIERUNG VON  
FESTKÖRPERSZINTILLATOREN DURCH  
MONTE-CARLO-SIMULATIONEN

**Bachelorarbeit**

Juni 2019

Institut für Radioökologie und Strahlenschutz  
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

**TOM FANDRICH**

Prüfer: Prof. Dr. Clemens Walther  
Betreuer: Florian Mertes



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie . . . . .	2
2.1.1	Photoelektrischer Effekt (nach [5]) . . . . .	2
2.1.2	Compton-Streuung (nach [5]) . . . . .	3
2.1.3	Paarbildung (nach [5]) . . . . .	5
2.2	Aufbau und Funktionsweise eines Szintillationsdetektors (nach [5]) .	6
<b>3</b>	<b>Experimentelle Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Messaufbau . . . . .	9
3.2	Detektorantwort . . . . .	12
3.3	Energiekalibrierung . . . . .	16
3.4	Bestimmung der Energieabhängigkeit der Halbwertsbreite . . . . .	18
3.5	Bestimmung der Energieabhängigkeit der Effizienz . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Monte-Carlo-Simulation der Detektorantwort</b>	<b>23</b>
4.1	GEANT4 . . . . .	23
4.2	Detektormodell . . . . .	24
4.3	Generierung der Wechselwirkungsprozesse . . . . .	28
4.4	Erzeugung der primären Zerfälle . . . . .	29
4.5	Simulationsoutput und Post-Processing . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Vergleich zwischen Simulation und experimenteller Messung</b>	<b>38</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung der Ergebnisse</b>	<b>55</b>
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>55</b>
<b>8</b>	<b>Anhang</b>	<b>57</b>
	Selbstständigkeitserklärung . . . . .	57
	Danksagung . . . . .	57

---

Literatur . . . . .	58
Abbildungsverzeichnis . . . . .	61

# 1 Einleitung

Der Hintergrund dieser Arbeit bezieht sich auf die Umsetzung der Richtlinie 2013/59/EURATOM, dessen Vorgaben zum verbesserten Strahlenschutz für die Bevölkerung dient. Insbesondere soll mit dieser Neuerung der Schutz vom natürlichen Edelgas Radon an Arbeitsplätzen und Wohngebäuden gewährleistet sein [1]. Somit darf die Rn-222 Aktivitätskonzentration in Räumen  $300 \text{ Bq/m}^3$  nicht überschreiten. Im Rahmen des MetroRADON Projekts werden in der PTB Quellen entwickelt, die zur Darstellung zeitlich stabiler Referenzatmosphären im Bereich  $< 300 \text{ Bq/m}^3$  dienen. Zur Überprüfung der Emanationskoeffizienten dieser Quellen wird ein Aufbau mit Szintillationsdetektoren realisiert [2]. Dafür muss das Ansprechvermögen der Detektoren möglichst präzise charakterisiert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Szintillationsdetektor aus  $\text{LaBr}_3\text{:Ce}$  bezüglich seiner Eigenschaften der Detektorantwort durch Monte-Carlo-Simulationen charakterisiert. Hierfür werden die Wechselwirkungen von Gammastrahlung einiger Radionuklide mit dem Szintillationskristall simuliert. Anschließend werden die Ergebnisse anhand experimenteller Messungen hinsichtlich der Detektorantwort und der Effizienz des Photopeaks analysiert und verglichen. Der Vergleich bietet zusätzliche Einblicke in die Funktionsweise und Entstehung der Effekte der Detektorantwort. Da die analytische Bestimmung der Detektorantwort zu komplex ist, wird auf Monte-Carlo-Simulationen zurückgegriffen. In dieser Arbeit wird das GEANT4-Toolkit verwendet, das ursprünglich für HEP-Experimente entwickelt wurde, aber mittlerweile auch in vielfältigen Anwendungsgebieten wie beispielsweise der medizinischen Physik und Astrophysik Nutzung findet [3]. Der  $\text{LaBr}_3\text{:Ce}$ -Detektor besitzt durch seine hohe Dichte und Größe des Kristalls ein hohes Ansprechvermögen, wodurch er sich für gammaspektrometrische Messungen eignet. Zusätzlich bietet  $\text{LaBr}_3\text{:Ce}$  im Vergleich zu klassischen  $\text{NaI(Tl)}$ -Szintillatoren eine deutlich bessere Energieauflösung [4].

Zu Beginn der Arbeit werden auf die Grundlagen der Funktionsweise von Festkörperszintillationsdetektoren sowie auf die vorkommenden Wechselwirkungspro-

zesse und ihre Wirkungsquerschnitten eingegangen. Anschließend werden der Versuchsaufbau und die verwendeten Radionuklide beschrieben. Die aufgenommenen Spektren werden bezüglich ihrer Energiekalibrierung, Halbwertsbreite und Effizienz im Photopeak untersucht. Dabei werden insbesondere die intrinsischen Effekte des Kristalls sowie deren Auswirkungen auf die gemessene Detektorantwort beachtet. Im Folgenden wird das verwendete Simulation-Toolkit GEANT4 vorgestellt. Dabei wird die Konstruktion des Detektormodells und die Monte-Carlo-Methodik zur Bestimmung der Interaktionen der Teilchen erläutert. Am Ende der Arbeit werden die simulierten und gemessenen Spektren verglichen und bezüglich ihrer Abweichungen analysiert. Zusammenfassend wird auf die möglichen Ursachen der Abweichungen eingegangen und dazu weitere Vorgehensweisen zur Optimierung der Simulation vorgeschlagen.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie

Die Aufgabe der Gammaspektroskopie befasst sich mit der Identifikation und nuklidspezifischen Aktivitätsbestimmung von Radionukliden anhand ihrer charakteristischen Gammaenergie. Der Nachweis beruht auf der Wechselwirkung der Strahlung mit Materie, bei der Energie in das Absorbermaterial übertragen wird. Die drei wichtigsten Wechselwirkungsprozesse werden im Folgenden beschrieben.

#### 2.1.1 Photoelektrischer Effekt (nach [5])

Der photoelektrische Effekt beschreibt den Vorgang, bei dem ein Photon seine gesamte Energie  $E_{Photo} = h\nu$  an ein gebundenes Elektron überträgt, und es so aus seinem Bindungszustand löst. Das eintreffende Photon wird im Prozess vernichtet.

Das dabei freigesetzte Elektron wird auch Photoelektron genannt und trägt die kinetische Energie

$$E_{e^-} = h\nu - E_b \quad (1)$$

Hier stellt  $E_b$  die Bindungsenergie des Photoelektrons vor dem Absorptionsprozess dar. Meist sind stark gebundene Elektronen in Kernnähe beziehungsweise der K-Schale betroffen. Als Folge der Freisetzung des Photoelektrons entsteht eine Leerstelle in der Atomhülle, die entweder durch Relaxation höher liegender Elektronen oder durch Einfang freier Elektronen gefüllt wird. Deshalb kann die Emission von charakteristischen Röntgenstrahlen folgen.

Die Wahrscheinlichkeit mit dem der photoelektrische Effekt stattfindet, wird durch den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  beschrieben. Dieser überwiegt hauptsächlich bei Photonen mit geringen Energien. Der Wirkungsquerschnitt pro Atom kann durch

$$\sigma_{Photo} \propto \frac{Z^{4,5}}{E_\gamma^{3,5}} \quad (2)$$

angenähert werden. Aufgrund der starken Abhängigkeit mit  $Z$  zeigt sich, weswegen Materialien, wie beispielsweise Blei, zur Abschirmung von Gammastrahlung verwendet werden. Aus gleicher Überlegung folgt die Wahl der Detektormaterialien, die in der Gammaspektroskopie verwendet werden.

### 2.1.2 Compton-Streuung (nach [5])

Die Compton-Streuung beschreibt den Vorgang, bei dem ein Photon einen Teil seiner Energie an ein quasifreies Elektron überträgt. Das am elastischen Stoß beteiligte Photon wird dabei um den Streuwinkel  $\theta$  gestreut. Im Ruhesystem des Elektrons wird die Energie nach dem Stoß durch

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3)$$

beschrieben, wobei  $m_0c^2 = 511 \text{ keV}$  die Ruheenergie des Elektrons darstellt. Die übertragende Energie hängt aufgrund der Rotationssymmetrie des Prozesses vom Streuwinkel ab. Anders als beim photoelektrischen Effekt bleibt das Photon nach der Interaktion erhalten. Der Vorgang wird in Abbildung 1 schematisch abgebildet. Im Falle einer Rückwärtsstreuung  $\theta = \pi$  erreicht der Energieübertrag sein Maximum. Der Wirkungsquerschnitt pro Atom hängt von der Anzahl der verfügbaren Elektronen im Absorbermaterial ab, also linear von  $Z$ .

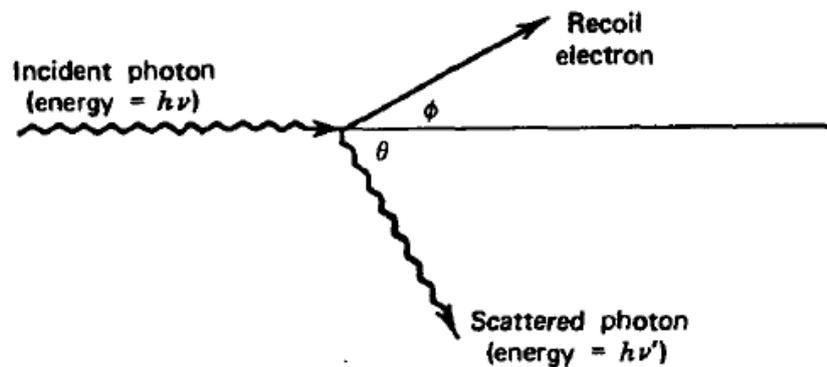


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Compton-Streuung (nach [5])

Die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes wird durch die Klein-Nishina-Formel beschrieben. So ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left( \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right)^2 \left( \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \left( 1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right) \quad (4)$$

wobei  $d\Omega$  den Raumwinkel,  $r_0$  den klassischen Elektronenradius und  $\alpha = \frac{h\nu}{m_0c^2}$  bildet. In Abbildung 2 wird die Verteilung der gestreuten Photonen in Abhängigkeit des Winkels und der Energie in Polarkoordinaten wiedergegeben. Die eintreffenden Photonen fallen im  $180^\circ$  Winkel ein und werden bei hohen Energien bevorzugt in Vorwärtsrichtung gestreut.

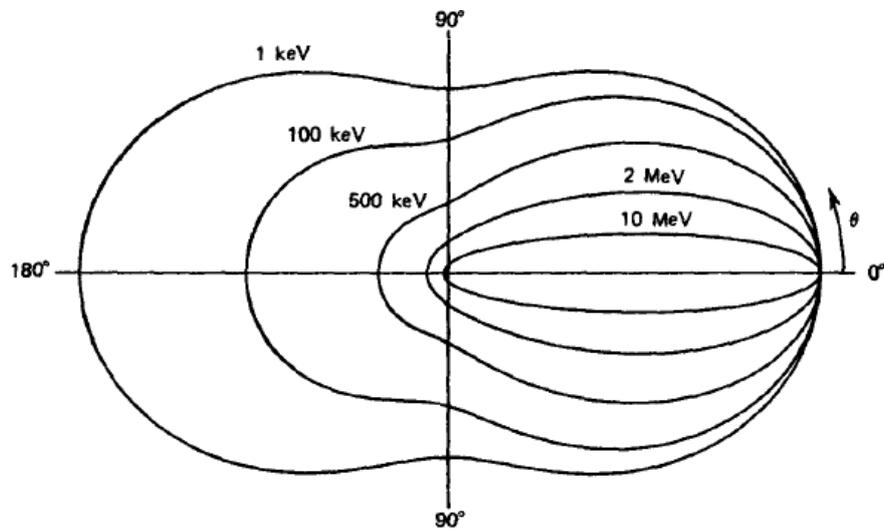


Abbildung 2: Polardarstellung der Streuverteilung nach Klein-Nishina (aus [5])

### 2.1.3 Paarbildung (nach [5])

Die Paarbildung beschreibt den Vorgang, bei dem ein energiereiches Photon durch Wechselwirkung mit dem elektrischen Feld des Atoms beziehungsweise mit dem Atomkern selbst ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Das Positron stellt das Antiteilchen des Elektrons dar. Dieser Prozess findet nur statt, falls die Energie des Photons mindestens die doppelte Ruheenergie eines Elektrons ( $2m_0c^2 = 1022 \text{ keV}$ ) beträgt. Dabei wird das Photon vernichtet und die überschüssige Energie, die  $1022 \text{ keV}$  übersteigt, wird in kinetische Energie umgewandelt, und auf beide entstandenen Teilchen gleichmäßig übertragen.

$$E_{e^-} = E_{e^+} = \frac{1}{2}h\nu - m_0c^2 \quad (5)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Paarbildung steigt mit der Nukleonenzahl  $A$  und mit der Energie des Photons.

Als Folge der Paarbildung wird das Positron durch Stöße im Absorbermaterial verlangsamt, wodurch es schließlich mit einem Elektron im Medium annihiliert.

Dabei werden zwei Photonen mit einer Energie von 511 keV und entgegengesetztem Impuls erzeugt, die wiederum mit dem Absorbermaterial wechselwirken können.

## 2.2 Aufbau und Funktionsweise eines Szintillationsdetektors (nach [5])

Szintillation beschreibt den Vorgang, bei dem die deponierte Energie eines energiereichen Teilchen durch Absorption oder Anregung umgewandelt wird und als Licht im sichtbaren oder ultravioletten Bereich emittiert wird. Es existieren verschiedene Arten von Szintillatoren, die auf dem gleichen Effekt beruhen, sich aber in dem zugrunde liegenden Mechanismen unterscheiden. Im Rahmen dieser Arbeit beschränkt man sich auf anorganische Festkörperszintillatoren, deren Aufbau und Funktionsweise im Folgenden näher beschrieben werden.

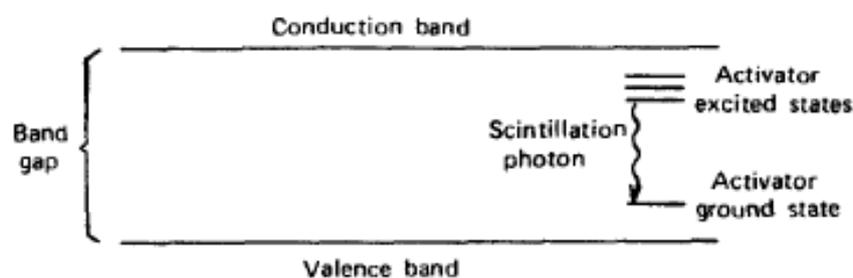


Abbildung 3: Bändermodell eines Szintillators mit Aktivator (aus [5])

Anorganische Szintillatoren weisen eine hohe Periodizität der Kristallstruktur auf und können damit durch das Bändermodell beschrieben werden. Im unteren Band, dem Valenzband, sind die Elektronen stark an die Gitteratome des Kristalls gebunden, wohingegen die Elektronen im oberen Leitungsband frei durch den Kristall beweglich sind. Zwischen Valenz- und Leitungsband befindet sich das verbotene Band, in dem keine Zustände der Elektronen existieren. Durch Anregungsenergien, die größer als die Bandlücke sind, können Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband gehoben werden. Das nun fehlende Elektron im Valenzband wird

als Loch bezeichnet. Unter Emission eines Photons kann das Elektron wieder in das Valenzband fallen und mit einem Loch rekombinieren. Durch Dotierung werden Energiezustände zwischen Valenz- und Leitungsband eingeführt, die durch Relaxation von Elektronen aus dem Leitungsband besetzt werden können. Der Übergang der Zwischenzustände ist kleiner als die Bandlücke, sodass bei Abregung des Zustandes Licht im sichtbaren Licht, auch Szintillationslicht genannt, emittiert wird. Das Bandmodell des Szintillators wird schematisch in Abbildung 3 dargestellt. Wenn sich geladene Teilchen durch den Kristall bewegen, werden Elektron-Loch Paare durch Anregung der Elektronen ins Leitungsband erzeugt. Die entstandenen Löcher driften zu den Fremdatomen und ionisieren diese. Wenn ein freies Elektron auf das ionisierte Fremdatom trifft, wird es eingefangen und bringt den Aktivator in einen angeregten Zustand. Bei der Abregung des Zustands fällt das Elektron zurück in das Valenzband und das sichtbare Szintillationslicht wird emittiert. Die Anregung der Zustände kann ebenfalls über Exzitonen, die ein gebundenes Elektron-Loch Paar darstellen, entstehen. Falls die angeregten Zustände erlaubte Übergänge in den Grundzustand besitzen, ist die Wahrscheinlichkeit für eine schnelle Abregung unter Emission des Szintillationslichts hoch. Falls verbotene Zustände angeregt wurden, wird zusätzlich Energie benötigt, um in höherenergetische Zustände zu gelangen, bei denen ein Übergang erlaubt ist. Das verursacht eine Verzögerung der Emission des Lichts und führt zum Nachleuchten des Kristalls. Da die Driftzeit der Elektronen im Szintillationskristall gering ist, wird die Emissionszeit der angeregten Zustände durch deren Lebensdauer bestimmt, sodass die Abregung aller Zustände zeitnah stattfindet. Die Energie des Szintillationslichts wird durch die Energieniveaus des Fremdatoms bestimmt. Diese Energie reicht aber nicht aus, um wieder Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband zu heben, sodass der Kristall für das Szintillationslicht transparent ist und keine Selbstabsorption stattfindet. Die Lichtausbeute des Kristalls ist linear zur deponierten Energie, wobei es Abweichungen bei geringen Energien gibt. Ebenso unterscheidet sich Lichtausbeute für verschiedene Teilchenarten.

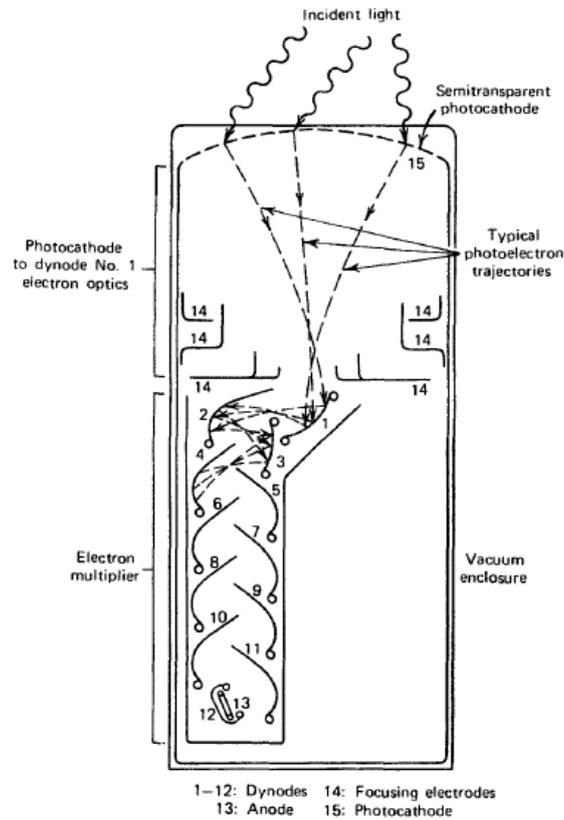


Abbildung 4: Schematische Darstellung des Photomultiplier (aus [5])

Um das emittierte Szintillationslicht in ein elektrisches Signal umzuwandeln, wird ein Photomultiplier (PM) genutzt. Dieser setzt sich zusammen aus einer photoempfindlichen Schicht am Eintrittsfenster, aus der durch eintreffendes Licht Photoelektronen gelöst werden sowie aus einem Satz von Dynoden, um die Anzahl der erzeugten Elektronen zu vervielfältigen. Der Aufbau ist in Abbildung 4 gezeigt. Im Inneren der evakuierten Glasröhre des PM werden die Elektronen gemäß des photoelektrischen Effekts an einer Photokathode gelöst und durch elektrische Felder in Richtung der ersten Dynode fokussiert und beschleunigt. Nach Auftreffen der Photoelektronen an der Dynode werden weitere Sekundärelektronen gelöst, die zur nächsten Dynode beschleunigt werden. Dieser Vorgang wird mehrmals wiederholt bis schließlich die Elektronen an die Anode stoßen, wo nun ein verstärktes Signal ausgelesen werden kann. Das Ausgangssignal ist proportional zur Anzahl der an-

fänglichen Photoelektronen und damit im Idealfall auch zur deponierten Energie der Strahlung. Ebenso bleibt die Zeitinformation der eintreffenden Lichtimpulse erhalten. Das gemessene Signal wird mittels Vielkanalanalysator gemäß der Höhe des Impulses in einen Kanal eines Histogramms geschrieben.

## 3 Experimentelle Durchführung

### 3.1 Messaufbau

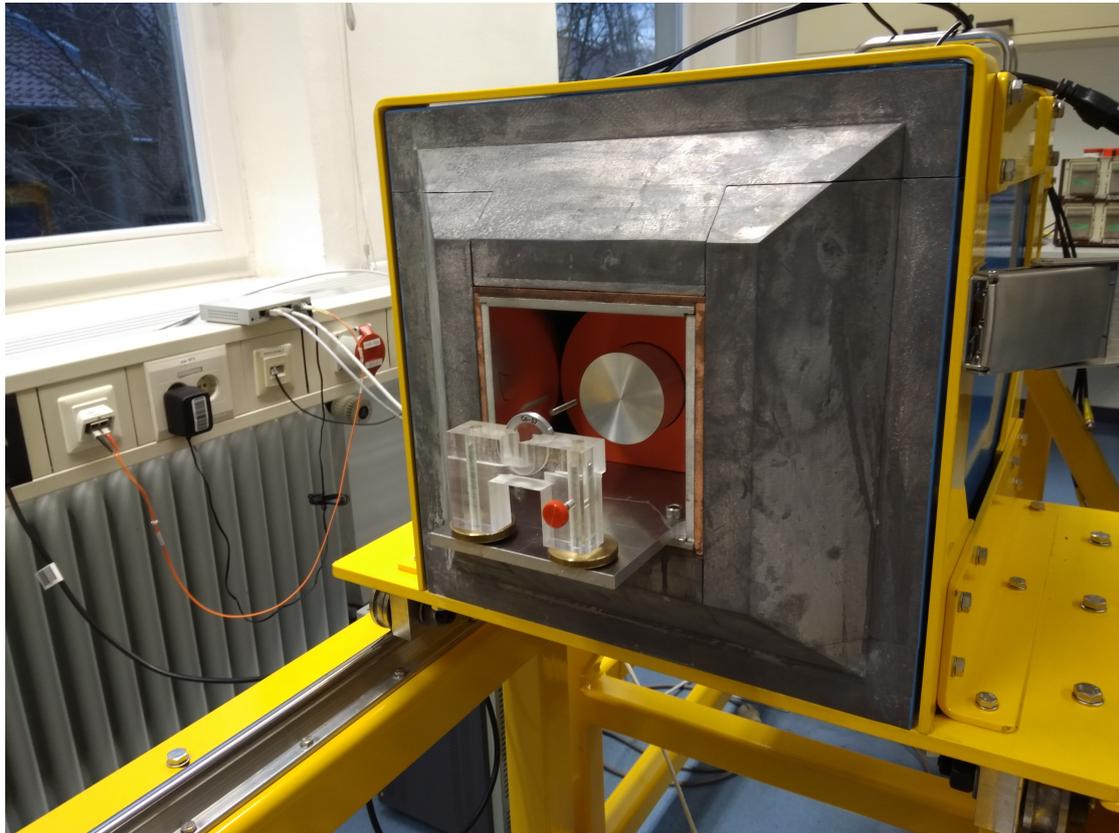


Abbildung 5: Aufbau der Messungen. Im Inneren der geöffneten Abschirmung befindet sich der Detektor, der durch die rotfarbene Halterung fixiert wird, sodass Quelle und Endkappe konzentrisch sind. Der Abstand beträgt  $9,7(2)$  cm.

Für die Messungen wird ein Lanthanbromid Detektor ( $\text{LaBr}_3\text{:Ce}$ ), der mit Cer aktiviert ist, verwendet. Der Detektor und Kristall stammen von Saint-Gobain Crystals and Detectors. Der Durchmesser des Kristalls beträgt etwa 50 mm und besitzt eine Dichte von  $5,08 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  [6]. Durch die hohe Ordnungszahl des Lanthans ( $Z = 57$ ) eignet sich der Detektor besonders gut für die Gammaskopie. Zudem zeichnet sich dieser laut Hersteller durch eine hohe Lichtausbeute mit 63 Photonen pro keV, eine geringe Abklingzeit (16 ns) und eine geringe Halbwertsbreite (2,6% bei 662 keV) aus [6]. Der im Detektor verbaute Hamamatsu R6233-100 Photomultiplier wird mit einer Hochspannung von 620 V betrieben. Die Einstellungen zur Spannungsversorgung sowie zur Datenverarbeitung des Vielkanalanalysators bMCA von brightspec werden mit der mitgelieferten Software vorgenommen. Die detektierten Signale werden durch einen Trapezfilter mit einer Anstiegs- und Abfallzeit von  $2,2 \mu\text{s}$  und einem Plateau mit  $1 \mu\text{s}$  analysiert und werden anschließend in einem Spektrum mit 4096 Kanälen gespeichert. Auf die Nutzung eines Pile-up rejectors, der zeitlich zu eng liegende elektrische Impulse herausfiltert, wird verzichtet.

In Tabelle 1 werden die verwendeten Radionuklide, deren Aktivität und Messzeit, sowie einige ihrer charakteristischen Gammalinien dargestellt. Durch die Auswahl dieser Radionuklide wird ein großer Energiebereich von 88 keV bis zu 2447 keV abgedeckt. Darunter befinden sich Radionuklide mit möglichst wenigen Linien sowie akzeptabel langer Halbwertszeit, damit die Aktivität im Messzeitraum als zeitlich konstant angenommen werden kann. Zusätzlich wird im Rahmen der Aufgabenstellung das natürliche Radionuklid Ra-226 gemessen.

Der Aufbau wird in Abbildung 5 gezeigt. Die Messungen werden bei Raumtemperatur in einer 145 cm langen und 34 cm hohen und breiten Bleiabschirmung mit einer Wanddicke von 10 cm durchgeführt. Zusätzlich befinden sich im Inneren der Bleiabschirmung jeweils eine 5 mm dicke Kupfer- und Aluminiumschicht. Die Quelle befindet sich in einer Halterung aus Plexiglas und liegt mittig in der Abschirmung mit einem Abstand von 5 cm zur Innenwand. Der Abstand zwischen der Quelle und der Endkappe des Detektors wird mit einem Maßband gemessen und beträgt  $9,7(2)$  cm. Dabei wird darauf geachtet, dass Quelle und Detektor koaxial angeord-

Tabelle 1: Verwendete Nuklide

Nuklid	Zerfall	Aktivität [Bq]	Messzeit [s]	$E_\gamma$ [keV]
Cs-137	$\beta^-$	79918	154573,6	661,657
Mn-54	$\varepsilon$	25829	79644,41	834,848
Na-22	$\beta^+$	10381	249413,2	1274,657
Zn-65	$\beta^+, \varepsilon$	168056	86935,4	1115,539
Co-57	$\varepsilon$	43968	86610,62	122,061 136,473 692,41
Co-60	$\beta^-$	82917	339970	1173,228 1332,492
Y-88	$\beta^+, \varepsilon$	56478	248681,5	898,042 1836,063
Cd-109	$\varepsilon$	63223	99189,49	88,036
Ra-226	$\alpha$	133418	257129	186,211 ⋮

net sind. Zusätzlich werden Messungen im Abstand von 2,1(2) cm mit Zn-65 und Mn-54 durchgeführt, um Effekte, die durch zufällige Koinzidenz entstehen, zu beobachten. Von den vorhandenen Präparaten besitzt Zn-65 die höchste Aktivität, während Mn-54 einer der geringsten Aktivitäten vorweist. Durch die Wahl dieser Präparate werden die Effekte der zufälligen Koinzidenz zusätzlich bezüglich hoher und geringer Zählrate untersucht. Zudem besitzen beide Nuklide nur eine stark ausgeprägte Gammalinie, sodass sich die Zn-65 und Mn-54 Präparate am besten für diese Versuchsdurchführung eignen.

Die Auswertung der Spektren wird im Folgenden exemplarisch an der Cs-137 Messung durchgeführt.

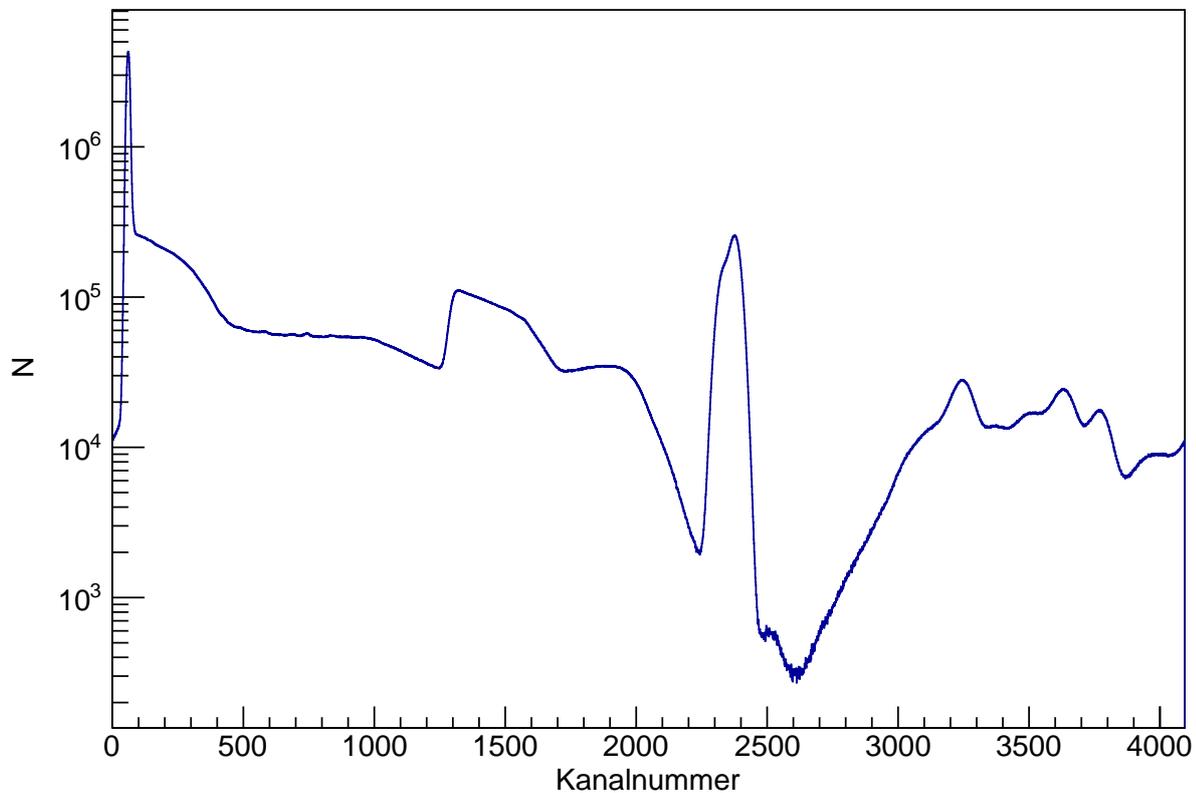


Abbildung 6: Spektrum des Untergrunds

### 3.2 Detektorantwort

Bevor die charakteristischen Linien der Spektren anhand der Detektorantwort ermittelt werden, wird das Untergrundsignal des Detektors auf die intrinsischen Einflüsse des  $\text{LaBr}_3$ -Kristalls untersucht. Da der Untergrund stark ausgeprägte Eigenschaften aufweist, die in jedem Spektrum vorkommen, wird dieses separat charakterisiert. Zur Auswertung wurde eine Messung innerhalb der Abschirmung für 2054591 s durchgeführt. Abbildung 6 zeigt das aufgenommene Untergrundspektrum. Zusätzlich wurde zur Überprüfung und zum Vergleich der intrinsischen Effekte eine Messung in einem Untertagelaboratorium UDO II verrichtet. Durch die Abwesenheit von primordialen Nukliden und weiteren äußeren Einflüssen in

dieser Umgebung ergeben sich optimale Voraussetzungen zur Messung der intrinsischen Strahlung. Der Vergleich beider Messungen zeigt, dass das Untergrundsignal innerhalb der Bleiabschirmung durch die intrinsischen Effekten dominiert wird.

Neben dem stabilen Isotop La-139 befindet sich im LaBr<sub>3</sub>-Detektor außerdem das primordiale Radionuklid La-138. Dieses zeichnet sich durch ein Isotopenverhältnis von 0,09% und eine Halbwertszeit von 10<sup>11</sup> Jahren aus [7]. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 34,5% zerfällt es durch den  $\beta^-$ -Zerfall in Ce-138m. Bei der Abregung des angeregten Ce-138m wird ein Gammaquant mit einer Energie von 789 keV emittiert. Dieses Photon kann dann gemeinsam mit dem Elektron, das als Folge des  $\beta^-$ -Zerfalls entsteht, detektiert werden. Die Energieverteilung des Elektrons ist im Gegensatz zum Photon kontinuierlich und beträgt maximal 263 keV. Dadurch bildet der Peak bei 789 keV zusätzlich ein Beta-Kontinuum aus. Falls nur das Elektron detektiert wird, entsteht ein weiteres Beta-Kontinuum bei geringerer Energie [8].

Weiterhin zerfällt La-138 zu 65,5% unter Elektroneneinfang zu Ba-138m. Das angeregte Ba-138 Atom emittiert anschließend Gammastrahlung mit 1435 keV. Da durch den Einfang der Elektronen in Kernnähe Leerstellen entstehen, führt dies zur Emission von charakteristischen Röntgenstrahlen mit etwa 32 keV. Da diese Prozesse zeitnah geschehen, können die Gamma- und Röntgenstrahlung gemeinsam detektiert werden, wodurch sich ein zusätzlicher Peak bei 1467 keV ausbildet. Falls lediglich die Röntgenstrahlung detektiert wird, entsteht der Peak bei 32 keV. Im Energiebereich von 1435 keV bis 1467 keV befindet sich ebenfalls das Radionuklid K-40 mit einer Energie von 1461 keV. Es kommt als primordiales Nuklid in praktisch allen Materialien vor, besonders im Glas des Photomultipliers. Jedoch ist der Peak im Vergleich zu den La-138 Peaks schwach ausgeprägt [8].

Bei höheren Kanälen ab 3000 befinden sich zusätzliche Peaks. Diese stammen von Th-227, Ra-223, Rn-219, Po-215, Bi-211, den Tochternukliden von Ac-227. Die Verunreinigung durch Ac-227 entsteht schon bei der Gewinnung des Lanthans aufgrund der ähnlichen chemischen Eigenschaften der Actinoide und Lanthanoide. Obwohl die  $\alpha$ -Energien der Tochternuklide  $> 6$  MeV betragen, liegen die Peaks

dennoch im untersuchten Energiebereich. Erklärbar ist dies durch die geringere Lichtausbeute der  $\alpha$ -Teilchen im Vergleich zu Photonen [9].

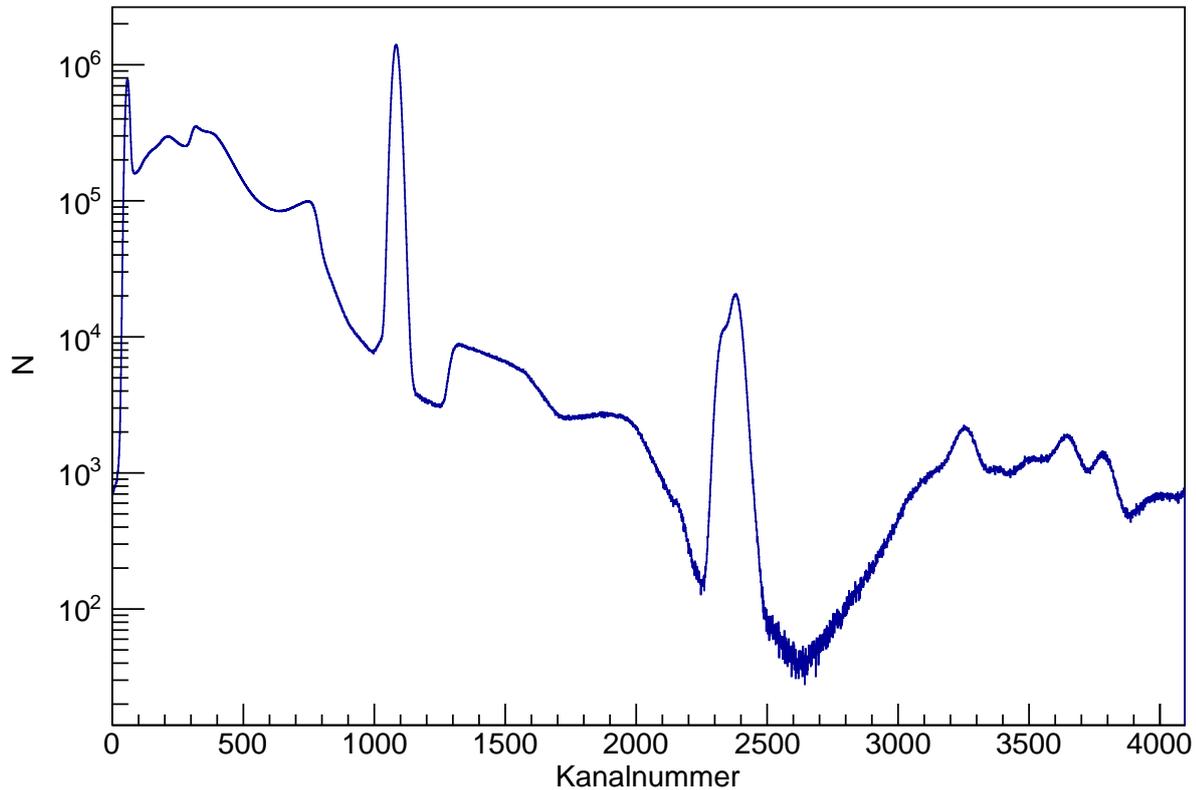


Abbildung 7: Cs-137 Spektrum im Abstand von 9,7 cm

Abbildung 7 zeigt das aufgenommene Cs-137 Spektrum. Neben den zuvor beschriebenen Einflüssen des Untergrundes, existiert ein weiterer Peak bei 661 keV. Er entsteht durch den  $\beta^-$ -Zerfall von Cs-137 in Ba-137m unter Emission eines Gammaquants durch Ba-137m. Gemäß der Beschreibung aus Abschnitt 2.1.1 wird das Photon vollständig im Kristall des Detektors absorbiert. Der Peak erhält seinen Namen durch seinen erzeugenden Prozess und wird demnach als Photopeak bezeichnet. Obwohl die Energie des Photons diskret ist, ist der Photopeak verbreitert. Hier spielen mehrere Faktoren ein, dominiert wird der Effekt aber durch die

statistische Fluktuation der erzeugten Photoelektronen im Einfangfenster des Photomultipliers [5].

Nach Abschnitt 2.1.2 ergibt sich für die Compton-Streuung ein maximaler Energieübertrag bei  $\theta = \pi$ . Mit  $E_\gamma = 661 \text{ keV}$  beträgt die maximal deponierte Energie  $477 \text{ keV}$ . Diese Energiekante wird als Compton-Kante bezeichnet. Damit trägt das Photon die Restenergie von  $h\nu' = 661 \text{ keV} - 477 \text{ keV} = 184 \text{ keV}$ . Da Streuwinkel zwischen  $0$  und  $\pi$  möglich sind, entsteht für Energien kleiner als die Compton-Kante das sogenannte Compton-Kontinuum. Bei größeren Detektoren kommt es auch zu Mehrfachstreuungen innerhalb des Kristalls. So bildet sich eine energetisch höhere Flanke der Compton-Kante. Zusätzlich können die Photonen, bevor sie mit dem Detektorkristall wechselwirken, an beispielsweise der Abschirmung oder der Quellenhalterung streuen. Durch die Messanordnung ist die  $180^\circ$  Rückstreuung des Photons an der Abschirmung gegenüber anderen Rückstreuwinkeln bevorzugt, sodass das gestreute Photon wieder einen Photoeffekt im Detektor auslösen kann. Der daraus resultierende Peak wird als Rückstreupeak bezeichnet und liegt bei  $184 \text{ keV}$ .

Den Prozess der Paarbildung kann man im Cs-137-Spektrum auf Grund der zu geringen Energie der emittierten Photonen nicht beobachten. Wie in Abschnitt 2.1.3 beschrieben, könnte ein dabei erzeugtes Positron mit einem Elektron annihilieren. Falls der Prozess innerhalb des Detektorkristalls stattfindet, können die zwei resultierenden Photonen mit jeweils  $511 \text{ keV}$  nun weiterhin mit dem Kristall wechselwirken. Wenn beide vollständig absorbiert werden, bildet sich der Photopeak aus. Falls jedoch ein oder beide Photonen ohne Interaktion den Kristall verlassen, formt sich ein Peak bei  $h\nu - m_0c^2$  (Single-Escapelinie) oder bei  $h\nu - 2m_0c^2$  (Double-Escapelinie). Wenn der Prozess außerhalb des Detektormaterials stattfindet, könnte lediglich die Annihilationsstrahlung mit dem Kristall wechselwirken, sodass sich ein Peak bei  $511 \text{ keV}$  ausbildet. Escapelinien werden ebenso als Folge des photoelektrischen Effekts beobachtet. Nach vollständiger Absorption des Photons wird ein Photoelektron freigesetzt, wodurch eine Leerstelle in der Atomhülle entsteht. Durch die Relaxation höher liegender Elektronen wird die Leerstelle gefüllt, das zur Emission von charakteristischen Röntgenstrahlen folgen kann.

Diese können mit einer geringen Wahrscheinlichkeit den Kristall verlassen, sodass Röntgen-Escapepeaks entstehen. Aufgrund der Verbreiterung des Photopeaks sind diese kaum erkennbar, bewirken aber im Cs-137-Spektrum eine schwache Flanke des Photopeaks.

Im direkten Vergleich mit dem Untergrundspektrum in Abbildung 6 erkennt man innerhalb der Flanke der Compton-Kante des La-138 Peaks einen zusätzlichen kleinen Peak. Hierbei handelt es sich um die zufällige Koinzidenz zweier Photopeaks und liegt damit bei 1322 keV.

### 3.3 Energiekalibrierung

Um die aufgenommenen Spektren in Abhängigkeit der Energie darzustellen, ist eine Kalibrierung notwendig. Durch Messung bekannter Radionuklide können die Photopeaks lokalisiert und ihrer charakteristischen Energie zugeordnet werden. Daraus wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Energie erstellt.

Der Photopeak und deren Verbreiterung kann durch eine Normalverteilung beschrieben werden:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

dabei ist  $\mu$  das Zentrum der Verteilung und  $\sigma^2$  die Varianz. Die Verbreiterung kann anstelle der Varianz auch durch die Halbwertsbreite (FWHM) beschrieben werden.

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2} \sigma \quad (7)$$

Durch das Anpassen von Normalverteilungen an die Peaks gemäß der Methode der kleinsten Quadrate erhält man die Kanalnummer  $K$  des Mittelpunktes sowie die

Halbwertsbreite  $FWHM_K$ . Für die Energiekalibrierung wird ein Polynom zweiten Grades gewählt:

$$E_{Kal}(K) = a_0 + a_1 \cdot K + a_2 \cdot K^2$$

Zur Bestimmung von  $E_{Kal}$  werden jeweils die charakteristischen Photopeaks des jeweiligen Radionuklids und die La-138 Peaks bei 32 keV, 1435 keV und 1467 keV betrachtet. Um eine hinreichende Genauigkeit der Kalibrierung bei höheren Energien zu gewährleisten, werden zusätzlich die  $\alpha$ -Peaks hinzugezogen. Da das Na-22 Spektrum viele Linien aufweist, werden die virtuellen  $\alpha$ -Energien, die durch die unterschiedliche Lichtausbeute der  $\alpha$ -Teilchen entstehen, anhand dieses Spektrums ermittelt. Durch Interpolation der Energiekalibrierung werden ihnen die Energien

$$E_{\alpha,1} = 2019 \text{ keV} \quad E_{\alpha,2} = 2267 \text{ keV} \quad E_{\alpha,3} = 2356 \text{ keV}$$

zugeordnet. Für die Kalibrierung des Cs137 Spektrums folgt für die Parameter;  $a_0 = -2,844 \text{ keV}$ ,  $a_1 = 0,609 \text{ keV}$ ,  $a_2 = 3,549 \cdot 10^{-6} \text{ keV}$ . Die Residuen werden durch

$$\Delta E_i = E_i - E_{Kal}(K_i) \quad (8)$$

bestimmt. In Abbildung 8 werden die Energiekalibrierung sowie die Residuen dargestellt. Die Unsicherheiten werden hier nicht betrachtet, da sie für die späteren Auswertungen vernachlässigbar sind. Ein bekanntes Problem bei Szintillatoren ist eine Temperaturabhängigkeit von  $E_{Kal}$ , da die Anzahl der erzeugten Photoelektronen mit der Temperatur variiert [5]. Besonders bei längeren Messzeiten zeigt sich der Effekt, sodass sich die Peaks aufweiten. Abbildung 9 zeigt die Verschiebung der 1435 keV La-138 Peaks bei unterschiedlichen Messungen. Die Peaks stammen von Messungen von Zn-65 bei verschiedenen Abständen, sodass insbesondere bei geringen Abständen Effekte durch zufällige Koinzidenzen, was in Abschnitt 5 genauer untersucht wird, beobachtbar sind. Als Folge des Driftes ist es notwendig, dass  $E_{Kal}$  für jedes Spektrum separat berechnet wird.

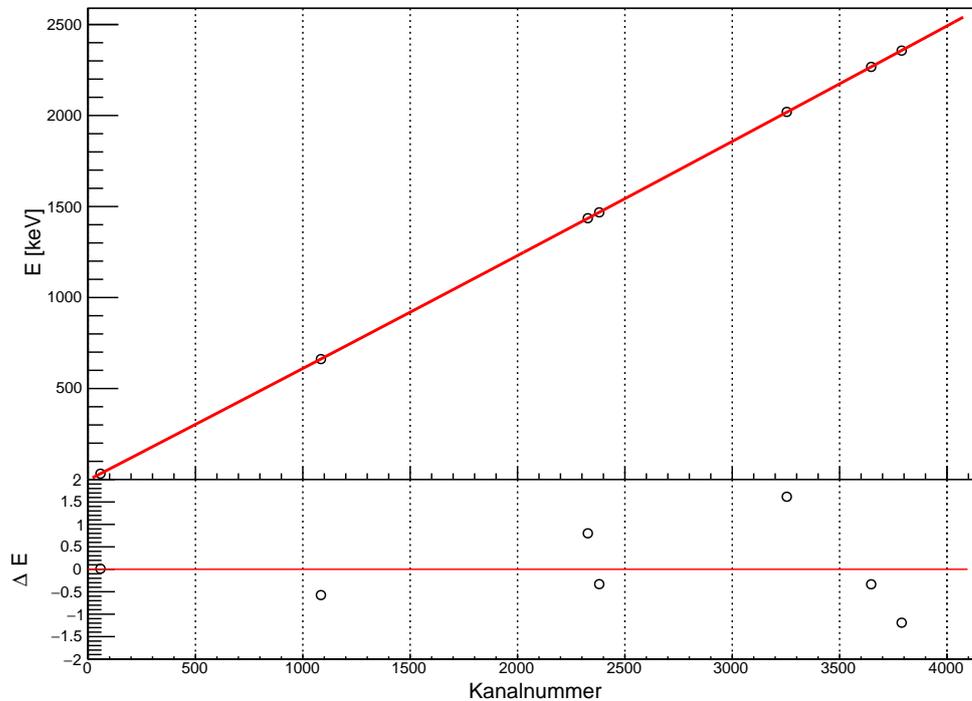


Abbildung 8: Energiekalibrierung des Cs-137 Spektrums mit Residuen

### 3.4 Bestimmung der Energieabhängigkeit der Halbwertsbreite

Die Halbwertsbreite ist definiert als die Breite, an der der Peak auf die Hälfte seines Maximums gesunken ist. Die Verbreiterung entsteht einerseits durch statistische Fluktuationen der erzeugten Photoelektronen und des Szintillationslichts, welche unvermeidbar sind. Andererseits fließen die Temperaturabhängigkeit von  $E_{Kal}$ , die sich im Laufe der Messung auswirkt, sowie das elektronische Rauschen der Messapparatur mit ein.

Aus den an die Peaks angepassten Normalverteilungen erhält man die Halbwertsbreite  $FWHM_K$ , die die Breite in Einheit der Kanäle angibt. Hierfür ist eine Um-

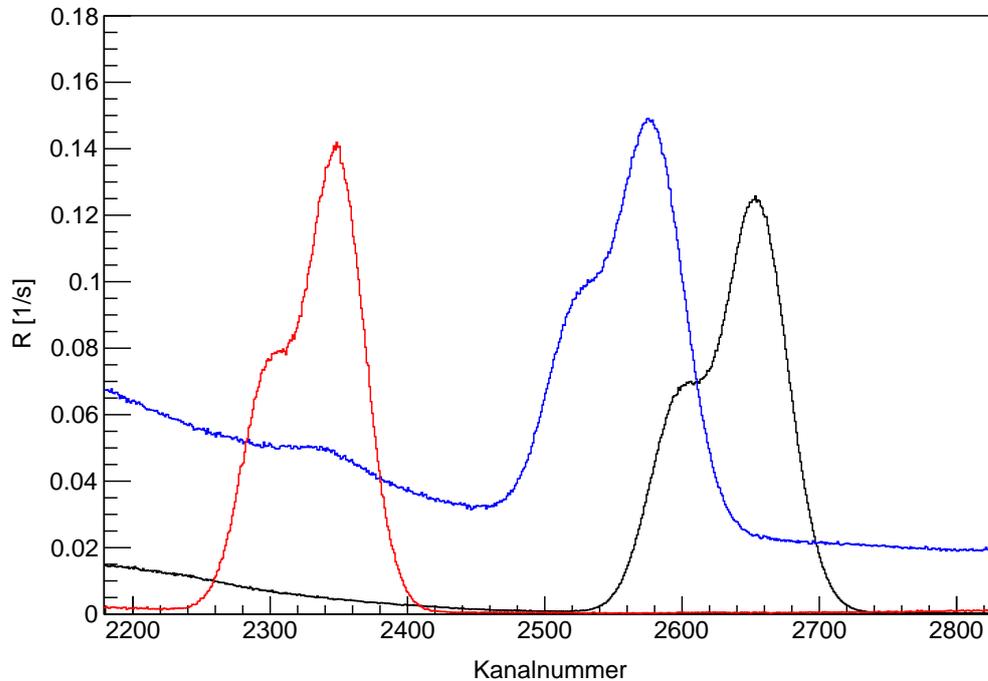


Abbildung 9: Verschiebung der La-138 Peaks bei verschiedenen Messungen. Der erhöhte Untergrund der blauen Kurve entsteht durch die Summation von zufälligen Koinzidenzen

rechnung notwendig, um die Halbwertsbreite in Energie auszudrücken. Mit Hilfe der zuvor bestimmten Energiekalibrierung folgt:

$$FWHM_E(E_0) = E_{Kal} \left( K_0 + \frac{FWHM_K}{2} \right) - E_{Kal} \left( K_0 - \frac{FWHM_K}{2} \right)$$

Hierbei ist  $FWHM_E$  die Halbwertsbreite in Energie,  $FWHM_K$  die Halbwertsbreite in Kanälen und  $K_0$  der Mittelpunkt des Peaks. Die Darstellung der Halbwertsbreite als Funktion der Energie wird durch eine Potenzfunktion beschrieben:

$$FWHM_E(x) = a_0 + a_1 \cdot x^{a_2}$$

Durch die Methode der kleinsten Quadrate wurden die Parameter zu  $a_0 = 7,539$  keV,  $a_1 = 0,103$  keV,  $a_2 = 0,739$  bestimmt. Die Untergrundlinien werden für die Be-

stimmung der Potenzfunktion nicht hinzugezogen. In Abbildung 10 wird der funktionale Zusammenhang samt Datenpunkte sowie Residuen, die analog zur Formel (8) bestimmt werden, dargestellt. Die Unsicherheiten werden hier nicht betrachtet, da sie für die späteren Auswertungen vernachlässigbar sind.

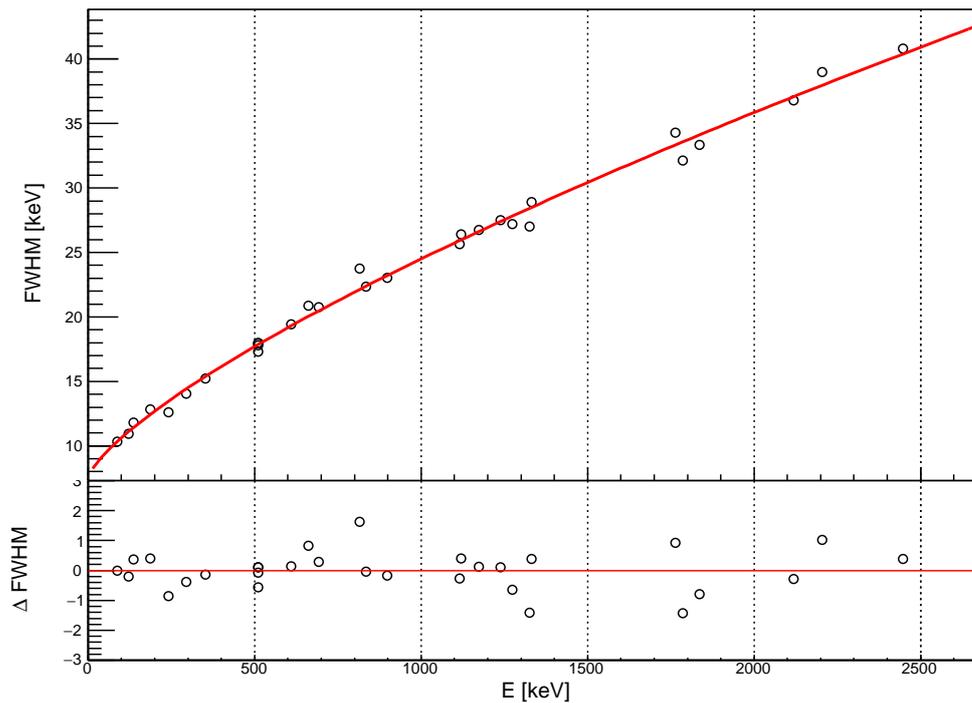


Abbildung 10: Halbwidth als Funktion der Energie mit Residuen

### 3.5 Bestimmung der Energieabhängigkeit der Effizienz

Die Effizienz des Detektors beschreibt die Anzahl der Impulse im Photopeak in Relation zu der Gesamtheit der emittierten Photonen, die diesen Photopeak verursachen könnten.

$$\varepsilon_{Ph} = \frac{\text{registrierte Photonen im Photopeak}}{\text{von der Quelle emittierte Photonen}}$$

Tabelle 2: Effizienzbestimmung der Messung

$E_\gamma$ [keV]	$R_{Exp}$ [s <sup>-1</sup> ]	$A$ [kBq]	$I_\gamma$ in %	$\varepsilon_{Mes}$ in 10 <sup>-5</sup>
661,657	319,91(5)	80,13(20)	85,10(20)	4,691(16)
834,848	98,89(4)	25,83(7)	99,9760(10)	3,830(10)
1274,657	26,003(11)	10,381(26)	99,940(14)	2,506(6)
1115,539	252,12(5)	168,1(12)	50,04(10)	2,998(22)
1173,228	230,675(30)	82,92(21)	99,85(3)	2,786(7)
1332,492	209,681(26)	82,92(21)	99,9826(6)	2,529(6)
1836,063	103,340(21)	56,48(14)	99,2(3)	1,844(7)
898,042	189,18(3)	56,48(14)	93,7(3)	3,575(15)
122,06065*	522,4(23)	43,97(22)	85,60(17)	13,88(10)
136,47356*	60,7(4)	43,97(22)	10,68(8)	12,92(15)
692,41	0,296(5)	43,97(22)	0,149(10)	4,5(3)
88,036*	33,83(13)	63,2(4)	3,644(16)	14,68(12)

Da die Photopeaks verbreitert sind, wird die Fläche unterhalb des Peaks bestimmt. Zur Bestimmung der Peakflächen werden nach der Trapezmethode [10] in einem Bereich  $B$  der Länge  $b$ , der den Peak enthält, die Kanalhalte  $N_i$  summiert und anschließend ein linearer Untergrund abgezogen. Der Untergrund wird durch die Bereiche  $L$  links und  $R$  rechts des Peaks bestimmt. So ergibt sich für den Nettopeak  $N_{NP}$

$$N_{NP} = N_b - \frac{b}{2} \left( \frac{N_l}{l} + \frac{N_r}{r} \right) \quad (9)$$

mit  $N_b = \sum_B N_i$ ,  $N_l = \sum_L N_i$  und  $N_r = \sum_R N_i$ . Die Unsicherheit des Nettopeaks folgt nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung mit  $\sigma(N_i) = \sqrt{N_i}$ :

$$\sigma(N_{NP}) = \sqrt{N_b + \left( \frac{b}{2} \right)^2 \left[ \frac{N_l}{l^2} + \frac{N_r}{r^2} \right]} \quad (10)$$

Zur Bestimmung der Effizienz muss die Aktivität  $A$  des Radionuklids genau bestimmt sein sowie die Intensität  $I_\gamma$  der betrachteten Gammastrahlung. So folgt unter Berücksichtigung der Messzeit  $t$ :

$$\varepsilon_{NP} = \frac{N_{NP}}{A t \cdot I_\gamma} \quad (11)$$

In Tabelle 2 werden die Ergebnisse der betrachteten Photopeaks aufgelistet. Die Peakflächen der mit \* markierten  $E_\gamma$ -Linien wurden wegen der Überschneidung mit benachbarten Peaks durch jeweils angepasste Normalverteilungen bestimmt. Zur Darstellung der Effizienz als Funktion der Energie wird ein logarithmisches Polynom dritter Ordnung gewählt:

$$\ln(\varepsilon) = \sum_{i=0}^3 a_i \ln(E)^i$$

Die Residuen stellen die totale Abweichung zwischen Datenpunkt und angepasster Kurve an gleicher Stelle dar. In Abbildung 11 wird dieser Zusammenhang gezeigt. Die Unsicherheiten werden zugunsten der Übersicht nicht dargestellt.

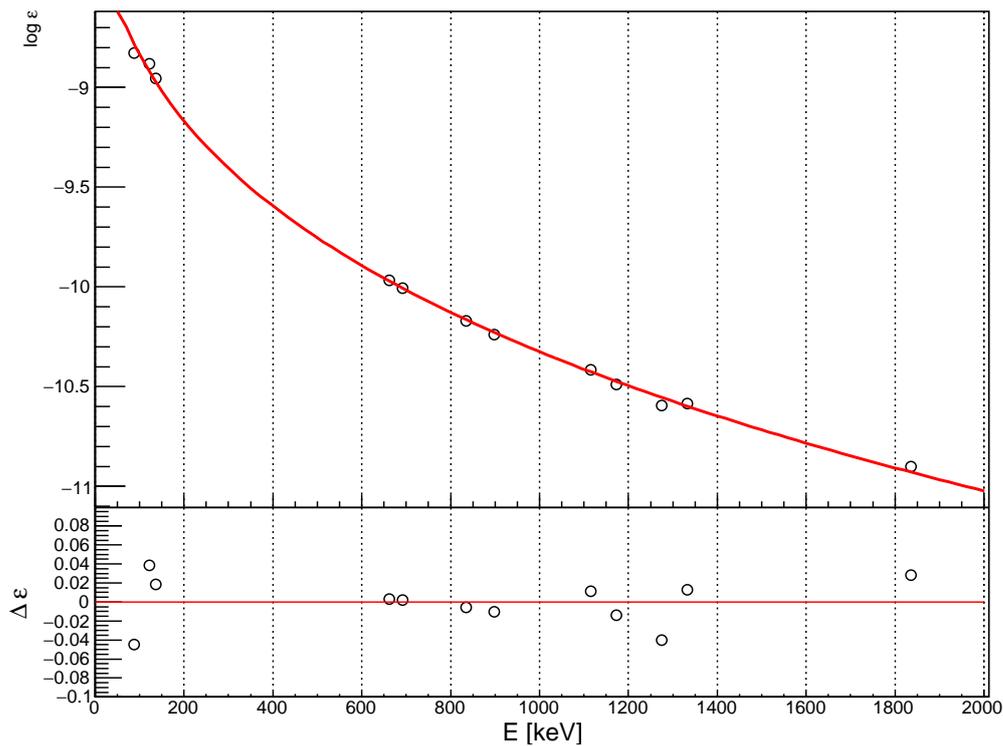


Abbildung 11: Effizienz der experimentellen Messung mit Residuen

## 4 Monte-Carlo-Simulation der Detektorantwort

### 4.1 GEANT4

Im Rahmen der stetig steigenden Verfügbarkeit der Rechenleistung von Computern sowie der Komplexität und des hohen experimentellen Aufwands von Hochenergiephysik-Experimenten, wurde GEANT4 als Resultat einer internationalen Zusammenarbeit für die Simulation des Durchgangs von Teilchen durch Materie entwickelt. GEANT4 ist in der Programmiersprache C++ geschrieben und bietet so die Vorteile der objektorientierten Programmierung. Es stellt eine Vielzahl von Bibliotheken bereit, die seit der Veröffentlichung in 1998 weiterhin gepflegt und verbessert werden. So findet es Anwendungen in der Teilchenphysik, Kernphysik und ebenfalls in der medizinischen Physik und Astrophysik [3].

Aufgrund des großen Angebots an bereitgestellten Bibliotheken, wird GEANT4 auch als Simulations-Toolkit bezeichnet. Der Nutzer kann sein Programm nach Belieben durch Wahl passender Pakete zusammenstellen oder ergänzend eigene Klassen definieren. GEANT4 liefert ebenso die essentiellen Bausteine, die zum Aufbau der Geometrien, zur Berechnung der Wechselwirkungen in der Materie und zur Verfolgung der Trajektorie genutzt werden [3].

Die oberste Instanz des Simulationsdurchgangs wird als Run bezeichnet. Unter Vorgabe der Anzahl der Iterationen, die das Programm durchläuft, ist der Run mit dem Start einer realen Messung vergleichbar. Hierbei wird jede Iteration, auch Event genannt, unabhängig voneinander berechnet, sodass die Prozesse durch Multithreading parallelisierbar sind. Ein Event beginnt mit der Erzeugung eines primären Teilchens. Dies kann beispielsweise einen Zerfall eines instabilen Kerns oder die Propagation eines Photons mit bestimmter Energie in eine zufällige oder vorbestimmte Richtung darstellen. Die Trajektorie des primären beziehungsweise der folgenden sekundären Teilchen wird gemäß der Monte-Carlo-Methodik durch die jeweiligen Wirkungsquerschnitte bestimmt. Dabei können Informationen, wie de-

ponierte Energie und Zeitpunkt der Interaktion, gespeichert und für spätere Auswertungen verwendet werden [11].

Im Folgenden wird auf die einzelnen Komponenten der Simulation zur Detektorantwort näher eingegangen.

## 4.2 Detektormodell

GEANT4 bietet eine Vielzahl von Paketen für geometrische Formen an. Für die Erstellung des Detektormodells werden hauptsächlich Zylinder und Kegelstumpfe gewählt. Zusätzlich gibt es eine diverse Auswahl von Materialien und Elementen, deren Eigenschaften von der in GEANT4 importierten NIST Datenbank zur Verfügung gestellt werden. Die Abmessungen werden anhand eines Röntgenbildes des Detektors abgelesen, welches in Abbildung 12 dargestellt ist. Die Maße werden zunächst in Pixel ermittelt und anschließend mit Hilfe des vorhandenen Gittermaßstabs in mm umgerechnet, wobei ein Pixel 0,2 mm entspricht.

Der Detektor besteht vereinfacht aus drei Bestandteilen:

- Detektormantel
- LaBr<sub>3</sub>-Kristall
- Photomultiplier

Der gesamte Mantel wird aus Aluminium konstruiert mit einer Dicke von 1,5 mm. Die Detektorendkappe sowie die Ummantelung des Detektorkopfes ist hingegen mit 0,8 mm dünner. Der LaBr<sub>3</sub>-Kristall hat eine Abmessung von 51,6 mm als Durchmesser und eine Länge von 50,8 mm. Als Material des Kristalls wird pures LaBr<sub>3</sub> mit einer Dichte von  $5,08 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  gewählt. Aufgrund des unbekanntes Aktivierungsgrades des Kristalls durch Cer wird dies im Detektormaterial nicht beachtet. Der Pho-

tomultiplier ist dagegen komplizierter aufgebaut. Die Glockenform des Glases wird durch Zylinder und Kegelstumpfe angenähert. Für das Material wird Pyrex-Glas verwendet. Die Elektronik, die sich im Photomultiplier befindet, ist zu kompliziert, um diese detailgetreu nachzustellen. Außerdem sind die genauen Materialien unbekannt. Stattdessen wird das Bauteil vereinfacht als massiver Nickelzylinder dargestellt. Die Verdrahtung und Anschlüsse werden vernachlässigt. Alle Bauteile des Detektors werden dabei coaxial angeordnet. Zwischen Endkappe und Kristall besteht ein Abstand von 0,8 mm. Das Eintrittsfenster des Photomultipliers hingegen befindet sich unmittelbar unter dem Kristall. Zu beachten ist außerdem die kleine Schiefelage des Kristalls innerhalb des Detektors, die im vereinfachten Detektormodell nicht berücksichtigt wird. Bei der Konstruktion der Bauteile können sie als sensitiv deklariert werden. Sensitive Bauteile können bei der Wechselwirkung mit Teilchen Informationen wie deponierte Energie und Zeitpunkt der Interaktion speichern, die für die Auswertung der Simulation genutzt werden. In diesem Detektormodell wird der  $\text{LaBr}_3$ -Kristall als sensitiv erklärt.

Neben dem Detektor wird auch die Quelle samt Quellenhalterung sowie die äußere Abschirmung in die Simulation eingebunden. Die Maße wurden mit einem Lineal ermittelt. Die Abschirmung wird mit den angegebenen Abmessungen in Abschnitt 3.1 entworfen und passend in die Umgebung platziert. Die Quelle besteht aus einem 3 mm dicken und 5 mm breiten Aluminiumring mit einem Durchmesser von 30 mm, in dem in einem Abstand von 1  $\mu\text{m}$  zwei 24  $\mu\text{m}$  dünne Folien aus Polyethylen gespannt sind [12]. In dessen Zentrum wird später die Punktquelle der zu simulierenden Radionuklide gesetzt. Die Quelle befindet sich innerhalb einer Halterung aus Plexiglas. Hier werden aus einem 51 mm hohen, 79 mm langen und 21 mm dicken Quader jeweils ein Bereich für die Quelle und ein Bereich in zylindrischer Form für Ampullen ausgeschnitten. Der Detektor und die Quelle mit Halterung werden in Abbildung 13 dargestellt.

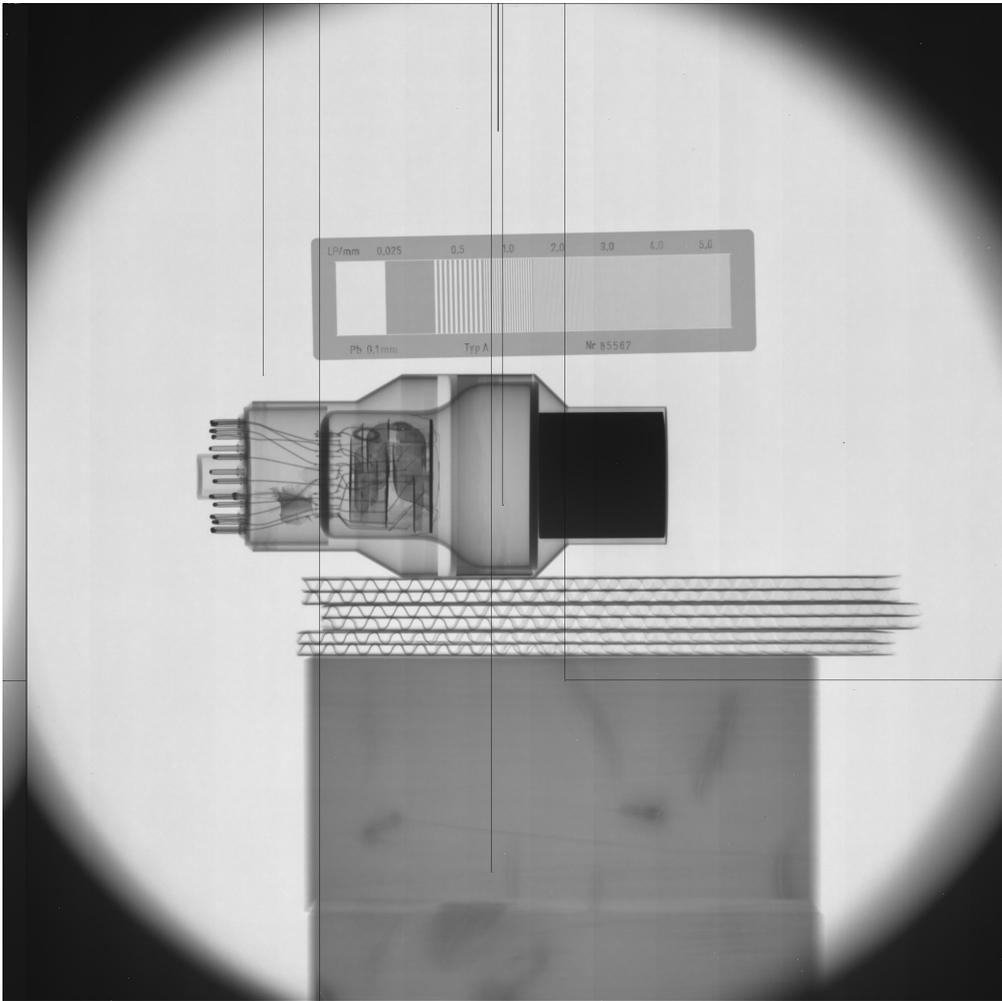


Abbildung 12: Aufgenommenes Röntgenbild zur Bestimmung der Abmessungen des Detektors. Der Kristall erscheint durch die starke Absorption schwarz.



Abbildung 13: Simulierter Detektor mit Quellenhalterung, sowie aufgeschnittener Detektor (oben). Aufbau der Messanordnung der Simulation, vergleichbar mit Abbildung 5 (unten). Visualisierung durch das 3D-Programm Blender [13]

### 4.3 Generierung der Wechselwirkungsprozesse

Zur Berechnung der Bewegung eines Teilchens sowie die dabei vorkommenden Wechselwirkungsprozesse geht man von einer Poisson-Verteilung aus. So folgt für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen nach einer Strecke  $x$  keine Interaktion erfährt:

$$P(x) = \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{mit } P(0) = 1$$

Dabei stellt  $\lambda$  die freie Weglänge dar. So beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen innerhalb von  $x$  eine Interaktion erfährt [5]:

$$P_{int}(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad (12)$$

Eine Umformung des Ausdrucks nach dem Exponenten liefert:

$$\begin{aligned} \frac{x}{\lambda} &= -\ln(1 - P_{int}(x)) \\ &= -\ln \eta \quad \text{mit } \eta \in (0, 1) \end{aligned} \quad (13)$$

Durch Bestimmung eines zufälligen Wertes für  $\eta$  wird so für jeden möglichen Wechselwirkungsprozess des Teilchens der materialunabhängige Quotient  $\frac{x}{\lambda}$  berechnet. Mit Hilfe der Wirkungsquerschnitte des Materials, in dem sich das Teilchen momentan befindet, wird die freie Weglänge ermittelt. So kann jedem Prozess eine eigene Interaktionsstrecke  $x$  zugeordnet werden. Die benötigten Wirkungsquerschnitte sind über parametrisierte Modelle zugänglich, die durch Physikpakete bereitgestellt werden. Der Prozess, für den die kleinste Strecke bestimmt wurde, wird als Interaktion ausgewählt und wird gemäß des Modells berechnet. Die Bahn des Teilchens wird so lange simuliert, bis es entweder die Simulationsumgebung verlässt oder es aufgrund der Interaktion vernichtet wird. Bei sekundären Teilchen kann eine Mindestreichweite definiert werden, bei der das Teilchen keine weiteren sekundären Partikel erzeugt. Diese Reichweite kann als Strecke oder als Energie festgelegt werden. In dieser Arbeit wurde der Wert auf 0,1 mm gesetzt. Im Fall, dass das primäre Teilchen ein zerfallendes Radionuklid ist, ist zu beachten, dass

jedes folgende Partikel ein sekundäres Teilchen ist [3, 11, 14].

In dieser Arbeit wird das Physikpaket LowEPPhysics verwendet. Dieses Paket wird für niederenergetische elektromagnetische Prozesse empfohlen und beinhaltet zusätzlich ein verbessertes Modell für die Compton-Streuung. Andere LowEnergy Pakete liefern für die Compton-Streuung Unsicherheiten bis zu 10% für Energien zwischen 10 keV bis 20 keV, während das LowEPComptonModel, das im LowEPPhysics Paket beinhaltet ist, Unsicherheiten von etwa 1% aufweist [14, 15]. Neben dem Model für die Compton-Streuung von Photonen sind Pakete für den photoelektrischen Effekt, für die Rayleigh-Streuung, für die Paarbildung sowie Pakete für Elektronen und Positronen, wie Ionisation, Bremsstrahlung und Anihilation, enthalten. Diese Modelle werden durch das Livermore Paket bereitgestellt, das einen Energiebereich von 250 eV bis 100 GeV abdeckt [14]. Zusätzlich wurden die Pakete RadioactiveDecayPhysics und DecayPhysics hinzugezogen, um Zerfälle und Relaxationen in die Simulation einzubinden.

#### 4.4 Erzeugung der primären Zerfälle

In dieser Arbeit stellt das primäre Teilchen, das zu Beginn jedes Events erzeugt wird, ein Radionuklid dar. Unter Angabe der Nukleonen- und Ordnungszahl wird das Teilchen in der sogenannten G4IonTable identifiziert und es werden ihm die charakteristischen Eigenschaften des Nuklids zugeschrieben.

Analog zur Bestimmung der Interaktionsstrecken werden ebenfalls die Zerfallszeiten des Radionuklids gemäß der Monte-Carlo-Methodik berechnet. Ausgegangen wird wieder von einer Poisson-Verteilung unter der Annahme, dass die Zerfallsrate beziehungsweise Aktivität des Nuklids während der Messzeit konstant bleibt. Bei den langlebigen Nukliden, die in dieser Arbeit verwendet werden, ist diese Annahme erfüllt. Analog zu (13) folgt für die Zeit bis ein Kern zerfallen ist:

$$t = -\frac{\ln \eta}{\lambda_Z} \quad \text{mit } \eta \in (0, 1) \quad (14)$$

wobei hier  $\lambda_Z$  die Zerfallskonstante des Radionuklids ist. Diese Erfassung der Zeitpunkte ist aber unzureichend, um viele Zerfälle innerhalb kurzer Zeitintervalle darzustellen, da  $\lambda_Z$  für die verwendeten Nuklide klein ist. Besonders für die Simulation von zufälligen Koinzidenzen ist dies von essenzieller Bedeutung. Da in der standardmäßigen GEANT4-Implementation des radioaktiven Zerfalls die Vorgabe der Aktivität eines Nuklids nicht vorhanden ist, wird der Programmcode entsprechend angepasst[16].

Hierfür wird in Formel (14)  $\lambda_Z$  durch die gewünschte Aktivität  $A$  des Nuklids substituiert. Durch Einsetzen der zufällig generierten Zahl  $\eta$  ergibt sich der Zeitpunkt des Zerfalls des ersten Kerns. Für folgende Zerfälle werden auf gleiche Weise Zeiten generiert, die anschließend mit dem vorherigen Ergebnis kumuliert werden. So kann der Zeitpunkt des Zerfalls des  $n$ -ten Kerns durch:

$$\Delta t_n = - \sum_{i=1}^n \frac{\ln \eta_i}{A} \quad (15)$$

bestimmt werden. Folgende Zerfälle oder Wechselwirkungen innerhalb des  $i$ -ten Events werden anschließend zeitlich relativ zu  $\Delta t_i$  betrachtet.

## 4.5 Simulationsoutput und Post-Processing

Beim Output der Simulation erhält man sämtliche deponierte Energien innerhalb des Kristalls sowie deren Zeitpunkte, die in einem Tupel gespeichert und gesammelt werden. Da die Simulation der intrinsischen Effekte des Detektors mit vielen unbekanntem Parametern verbunden ist, wird stattdessen das experimentell gemessene Untergrundspektrum hinzugezogen. Hierfür wird die Kalibrierung  $E_{Kal,UG}$  des Untergrundspektrums berechnet, sodass jedem Kanal eine Energie beziehungsweise jeder Kanalbreite einen Energiebereich zugeordnet werden kann. Das Histogramm des Untergrundspektrums stellt damit einen Energiebereich von  $-4,65$  keV bis  $2563,39$  keV in 4096 Kanälen dar. Die deponierten Energien des ausgewerteten Simulationsoutputs werden anschließend ihrer Energie entsprechend in die zugehö-

---

rigen Kanäle des Histogramms geschrieben. Abbildung 14 zeigt das Histogramm der deponierten Energie der Rohdaten. Anders als in Abbildung 7 sind die Linien diskret, da die Verbreiterung der Photopeaks, die durch Fluktuation der optischen Photonen, Photoelektronen und anderen diversen Effekten der Elektronik entsteht, in der Simulation nicht betrachtet wird. Neben dem 661 keV Photopeak befinden sich davor die Röntgen-Escapepeaks von Lanthan und Brom. Zusätzlich können die von der Cs-137 Quelle emittierten Elektronen die Detektorendkappe durchqueren und mit dem Kristall wechselwirken. Neben den schon bekannten Effekten innerhalb des Compton-Kontinuums sind zusätzliche diskrete Peaks zu beobachten. Es befinden sich Röntgenfluoreszenz Linien von Blei bei 72 keV bis 84 keV, die durch Anregung des Bleis durch Gammastrahlung entstehen. Im Energiebereich um 30 keV kommen die charakteristischen Röntgenstrahlen von Ba vor.

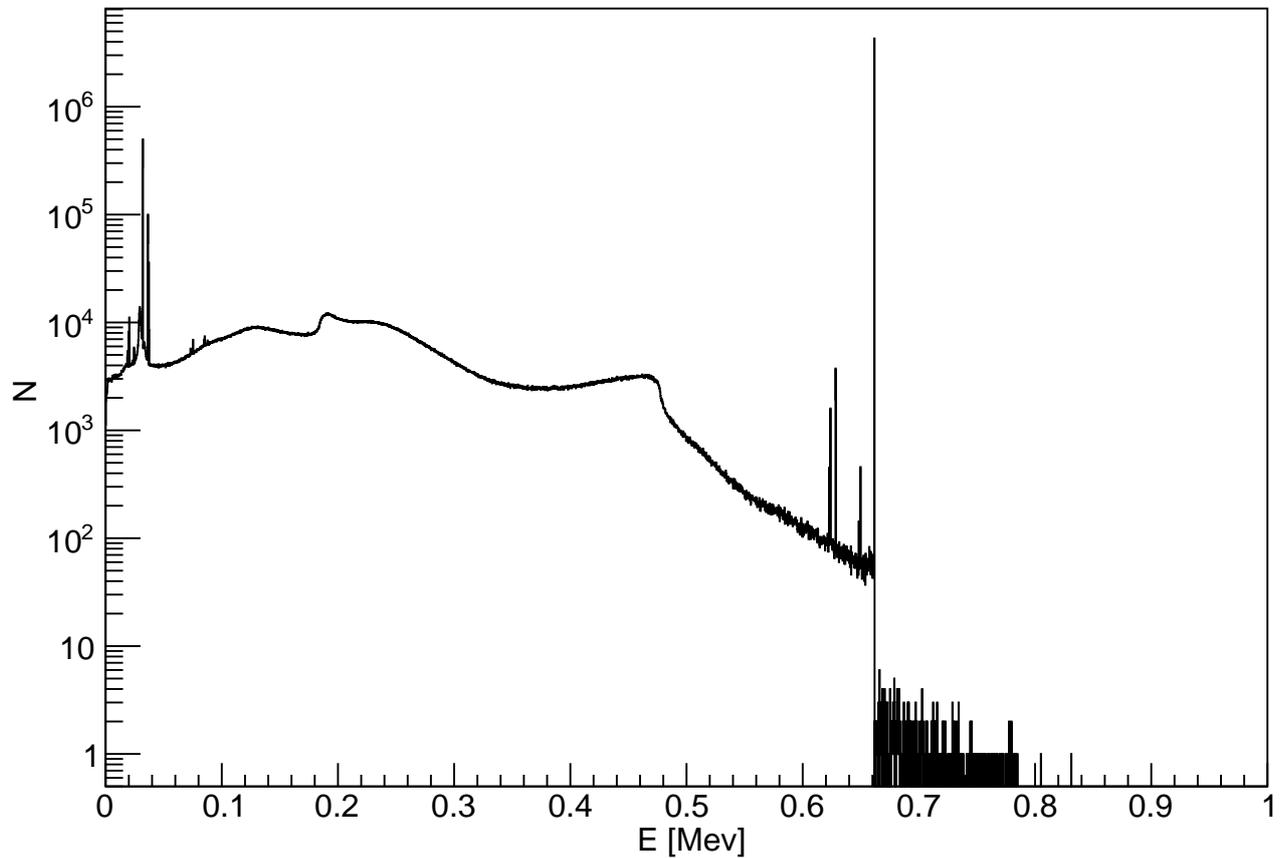


Abbildung 14: Simuliertes Cs-137 Spektrum mit 1.000.000.000 Zerfällen. Der Abstand zwischen Mittelpunkt der Quelle und Endkappe des Detektors beträgt 9,7 cm

Für die Energieverbreiterung wird die experimentell bestimmte Funktion der Halbwertsbreite genutzt. Hierfür wird jeder Eintrag der deponierten Energie  $E_{Dep}$  nach Formel (6) normalverteilt. Unter Vorgabe des Mittelpunktes der Verteilung, hier  $E_{Dep}$ , und der Standardabweichung  $\sigma$ , die aus  $FWHM_E(E_{Dep})$  berechnet wird, wird eine zufällige Zahl gemäß dieser Verteilung bestimmt. In Abbildung 16 oben wird das verbreiterte Spektrum dargestellt. Die einzelnen Ba-Röntgenlinien werden nicht mehr aufgelöst und erscheinen als ein Peak, während die Blei Röntgenlini-

en im Compton-Kontinuum schwimmen. Die Röntgenescape-Peaks werden nur noch als schwache Flanke des Photopeaks registriert. Zusätzlich wird eine experimentell bestimmte Energieschwelle bei 22 keV hinzugefügt. Deponierte Energien unterhalb dieser eingestellten Energieschwelle werden von der Elektronik diskriminiert.

Zur Bestimmung der Koinzidenzen wird der Prozess der Detektierung und der Analyse der Messsignale näher erläutert. Bei der Detektion eines Photons werden, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, Elektronen durch die Photokathode emittiert, die nach Vervielfachung einen elektrischen Puls an der Anode erzeugen. Die Höhe des Pulses ist entscheidend, in welchen Kanal das Signal geschrieben wird. Falls zwei Photonen innerhalb einer kurzen Zeitspanne mit dem Detektor wechselwirken, kann es vorkommen, dass die Detektorvorrichtung dies als nur einen Puls registriert. Der resultierende Puls wird durch Summation der Impulshöhen einem höheren Kanal zugeordnet, was zur Bildung von Summationpeaks führt. Diese Effekte sind unerwünscht, da dadurch die Anzahl der registrierten Ereignisse im Photopeak verringert wird, was zu fehlerhaften Berechnungen der Effizienz oder Aktivität führt.

Für die Bestimmung der Impulshöhe und damit der Energie des eintreffenden Signals wird der exponentiell fallende Impuls mittels Trapezfilter transformiert. Die Höhe des Trapezes ist proportional zur Amplitude des Impulses und damit auch zur deponierten Energie. Die relative Zeitdifferenz zwischen dem Zeitpunkt der Registrierung des Signals und der Auslesezeit am Trapezplateau wird als Shapetime bezeichnet. Die Form des Trapezes wird durch die Anstiegs- und Abfallzeit und die Dauer des Plateaus bestimmt. Aus den Einstellungen des Detektors erhalten wir  $2,2\ \mu\text{s}$  für die Anstiegszeit und  $1\ \mu\text{s}$  für das Plateau.

Falls zwei Impulse innerhalb der Shapetime registriert werden, so führt dies dazu, dass sich die erzeugten Trapeze überlagern. Die Höhe der Überlagerung an der Shapetime ist im Allgemeinen nicht die Summe der separaten Höhen der Trapeze. In Abbildung 15 wird dieser Zusammenhang graphisch dargestellt. Der Zeitpunkt  $t_0$  stellt die Zeit des ersten registrierten Signals dar. Um die Energie des Signals zu

erfassen, wird bei  $t_0 + \text{shapetime}$  die Höhe des Trapezes ermittelt. Da innerhalb der Shapetime ein weiteres Teilchen detektiert wurde, steigt die resultierende Höhe bei  $t_0 + \text{shapetime}$ . Die Höhe des Signal ist abhängig vom relativen Zeitabstand der Detektion der Teilchen sowie deren Energie. Falls die Signale durch zwei Photoeffekte entstehen, führt diese Zeitdifferenz zu einem Tailing des Summationpeaks.

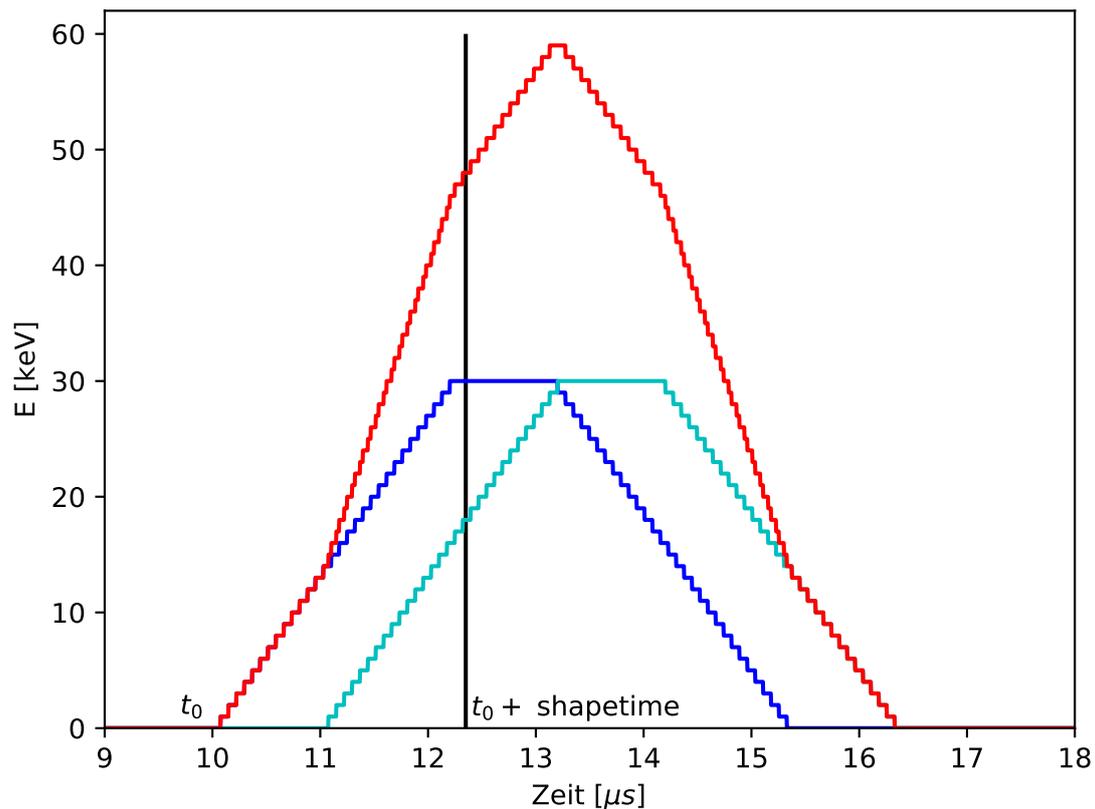


Abbildung 15: Beispiel der Funktionsweise des Trapezfilters

Abbildung 16 unten zeigt den Effekt des Trapezfilters auf die Simulationsergebnisse. Damit eine Summation durch zufällige Koinzidenzen stattfindet, müssen mehrere Teilchen innerhalb eines Zeitintervalls in den selben Raumwinkel emittiert und zusätzlich detektiert werden. Da die Wahrscheinlichkeit dafür gering ist, ist der Summationpeak des Cs-137 Spektrums bei  $1332 \text{ keV}$  schwach ausgeprägt. Erhöht werden kann die Wahrscheinlichkeit durch Verringerung des Messabstandes,

was zur Vergrößerung des Raumwinkels führt. Eine Besonderheit des simulierten Cs-137 für das Berechnen der Koinzidenzen zeigt sich in der Zeitverteilung der detektierten Teilchen im Kristall. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 17 dargestellt. Cs-137 zerfällt in das angeregte Ba-137m. Dieser Anregungszustand hat eine Lebensdauer von etwa 2,5 min und ist damit metastabil. Deswegen werden zu Beginn der Simulation nur eine geringe Anzahl von Wechselwirkungen mit dem Kristall registriert, da nur wenige Ba-137m Kerne Gammastrahlung emittieren. Mit der Zeit erhöht sich die Anzahl der angeregten Ba-137m Kerne und damit auch die Wahrscheinlichkeit, dass sich andere Kerne abgeregt haben. Dies steigt so lange an, bis genauso viele angeregte Ba-Kerne erzeugt werden wie andere sich abregen. Dieser Gleichgewichtszustand wird säkulares Gleichgewicht genannt und ist typisch für Zerfallsketten bei dem die Halbwertszeit des Mutternuklids viel größer als die Halbwertszeit des Tochternuklids ist. Da aber dieses Gleichgewicht in der Simulation erst hergestellt werden muss, ist zu erwarten, dass dies zu Unterschieden des Summationpeaks zwischen Simulation und experimenteller Messung führt, weil sich die tatsächliche Cs-137 Quelle schon im Gleichgewichtszustand befindet. Bei den anderen verwendeten Radionukliden sind die Lebensdauern der Folgezustände so klein (einige ps), dass sich das Gleichgewicht nahezu instantan einstellt.

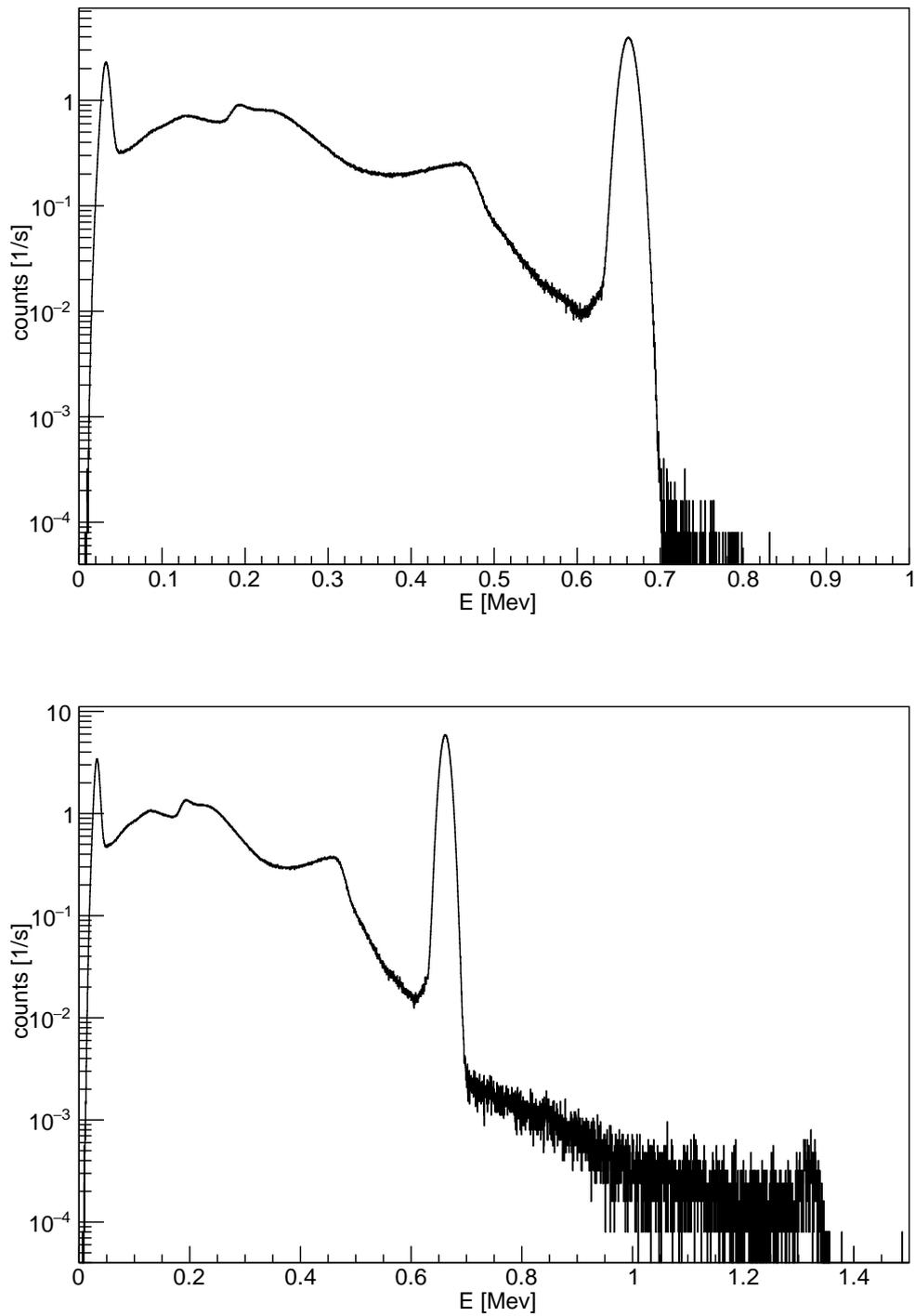


Abbildung 16: Verbreitertes Cs-137 Spektrum (oben). Verbreitertes Cs-137 Spektrum mit zufälligen Koinzidenzen (unten)

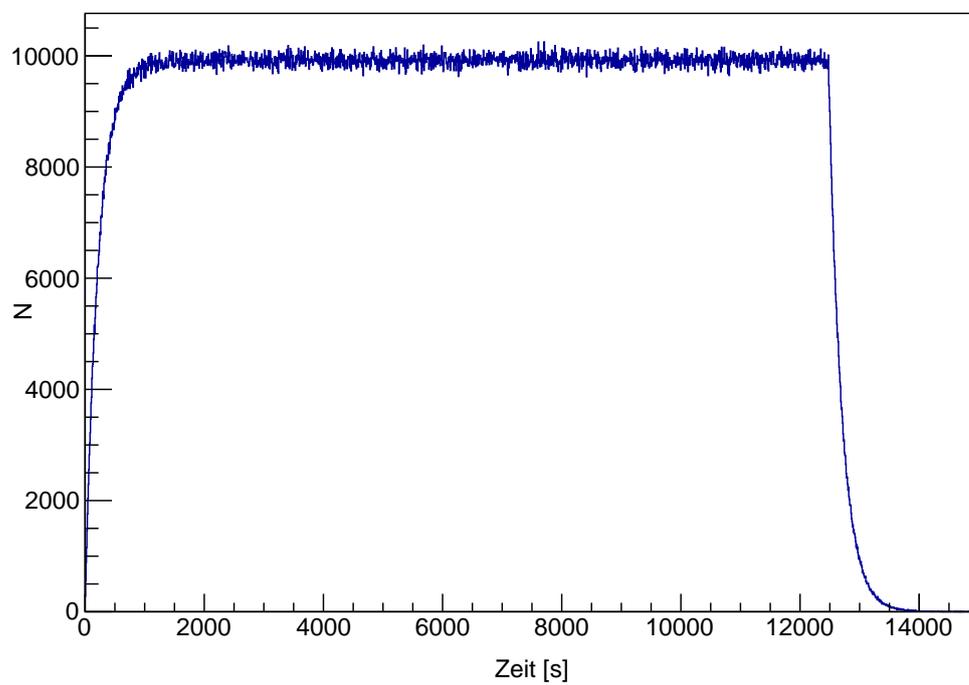


Abbildung 17: Anzahl der registrierten Photonen im Kristall pro Zeitintervalle der Cs-137 Simulation. Nach etwa 1000s wird der Gleichgewichtszustand erreicht

## 5 Vergleich zwischen Simulation und experimenteller Messung

Zum Vergleich der experimentell gemessenen Spektren und der Simulation, die anhand theoretischer Modelle berechnet wurde, werden diese gemeinsam gemäß ihrer Energieverteilung in Histogramme geschrieben. Die Darstellung in Impulshöhen ist zum Vergleich nicht geeignet, da diese von der Messzeit der Spektren abhängt. Es bietet sich stattdessen die Darstellung in Zählraten an mit

$$R_i = \frac{N_i}{t}$$

wobei  $R_i$  die Zählrate und  $N_i$  den Kanalinhalt des  $i$ -ten Kanals darstellt und  $t$  die Messzeit wiedergibt. Die Messzeit der Simulation wird durch die Vorgabe der Anzahl der Events  $N$  und der realen Aktivität des Radionuklids  $A$  berechnet.

$$t_{sim} = \frac{N}{A}$$

Die Unsicherheit des Kanalinhalts folgt aus der Poisson-Verteilung und beträgt

$$\sigma(N_i) = \sqrt{N_i}$$

Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung folgt die Unsicherheit für die Zählrate  $R_i$

$$\begin{aligned}\sigma(R_i) &= \sqrt{\frac{1}{t^2}\sigma^2(N_i) + \left(\frac{N_i}{t^2}\right)^2 \sigma^2(t)} \\ &= \sqrt{\frac{N_i}{t^2} + \frac{N_i^2}{t^4}\sigma^2(t)}\end{aligned}$$

Unter der Annahme für  $t = 10^5$  s,  $\sigma(t) = 10^1$  s und  $N_i = 10^6$  im Photopeak ergibt sich für den linken Term  $10^{-4}$  als Größenordnung und für den rechten Term

$10^{-7}$ . Demnach ist der rechte Term vernachlässigbar klein und es folgt für die Unsicherheit der Zählrate:

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\frac{N_i}{t^2}} = \sqrt{\frac{R_i}{t}}$$

Die Abweichung zwischen Simulation und experimentellem Spektrum werden durch

$$\Delta R(E) = \frac{R_{Exp}(E) - R_{Sim}(E)}{R_{Exp}(E)}$$

bestimmt.

Abbildung 18 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Cs-137 Spektrums dar. Die Unterschiede der Spektren werden durch die abgebildeten Residuen hervorgehoben. Die charakteristische Gammalinie von Cs-137 liegt bei 661 keV. Es zeigt sich, dass der Photopeak der Simulation im Vergleich zur experimentellen Messung stärker ausgeprägt ist. Beide Spektren weisen die schwache Flanke des Photopeaks auf, wohingegen die Simulation an der rechten Flanke stärker abfällt. Eine Ursache kann die fehlende Koinzidenz zwischen Photopeak und den charakteristischen La-Röntgenstrahlen darstellen, da das Untergrundspektrum auf die Simulationsergebnisse addiert wurde, sodass Wechselwirkungen zwischen den intrinsischen Effekten und Effekten durch die Quelle nicht berücksichtigt werden. Des Weiteren findet eine Überlagerung zwischen den Ba- und La-Röntgenlinien bei 32 keV statt, wobei der Peak wieder in der Simulation stärker ausfällt. Die Ursache kann ebenfalls durch Koinzidenzeffekte begründet werden, da zusätzlich Ereignisse hinter dem La-138 Peaks fehlen, die vermutlich durch dreifach-Koinzidenzsummutation zwischen den Röntgenstrahlen der Quelle und des La-138 Koinzidenzpeak entstehen. Ebenso sind die La-138 Peaks leicht zueinander verschoben, welches bei den geringen Zählraten zu hohen Werten des Residuums führt. Bei 1332 keV bildet sich die Summation des Photopeaks in der experimentellen Messung stärker aus als in der Simulation. Hierbei spielt, wie in Abschnitt 4.5 beschrieben, die Dauer, bis sich der Gleichgewichtszustand einsetzt, eine Rolle. Bei geringen Energien unter 200 keV sind Abweichungen des Compton-Kontinuums festzustellen. Die möglichen Ursachen sind hierbei unterschiedlicher Natur. Zum

einen führt die bekannte nicht-Linearität der Lichtausbeute von Szintillatoren bei geringen Energien zur Verschiebung der Energiekalibrierung in diesem Bereich [8]. Zum anderen bewirkt die mit Unsicherheiten behaftete Messung des Abstandes zwischen Quelle und Endkappe und der Abmessung der Detektorgeometrie zu Abweichungen des Raumwinkels. In der Simulationsumgebung wird der Aufbau und die Detektoranordnung koaxial entworfen, was in Realität nicht in diesem Maße zu verwirklichen ist. Zusätzlich wird in der Simulation die Quelle als Punktstrahler dargestellt, wohingegen die tatsächliche Quelle ausgedehnt ist.

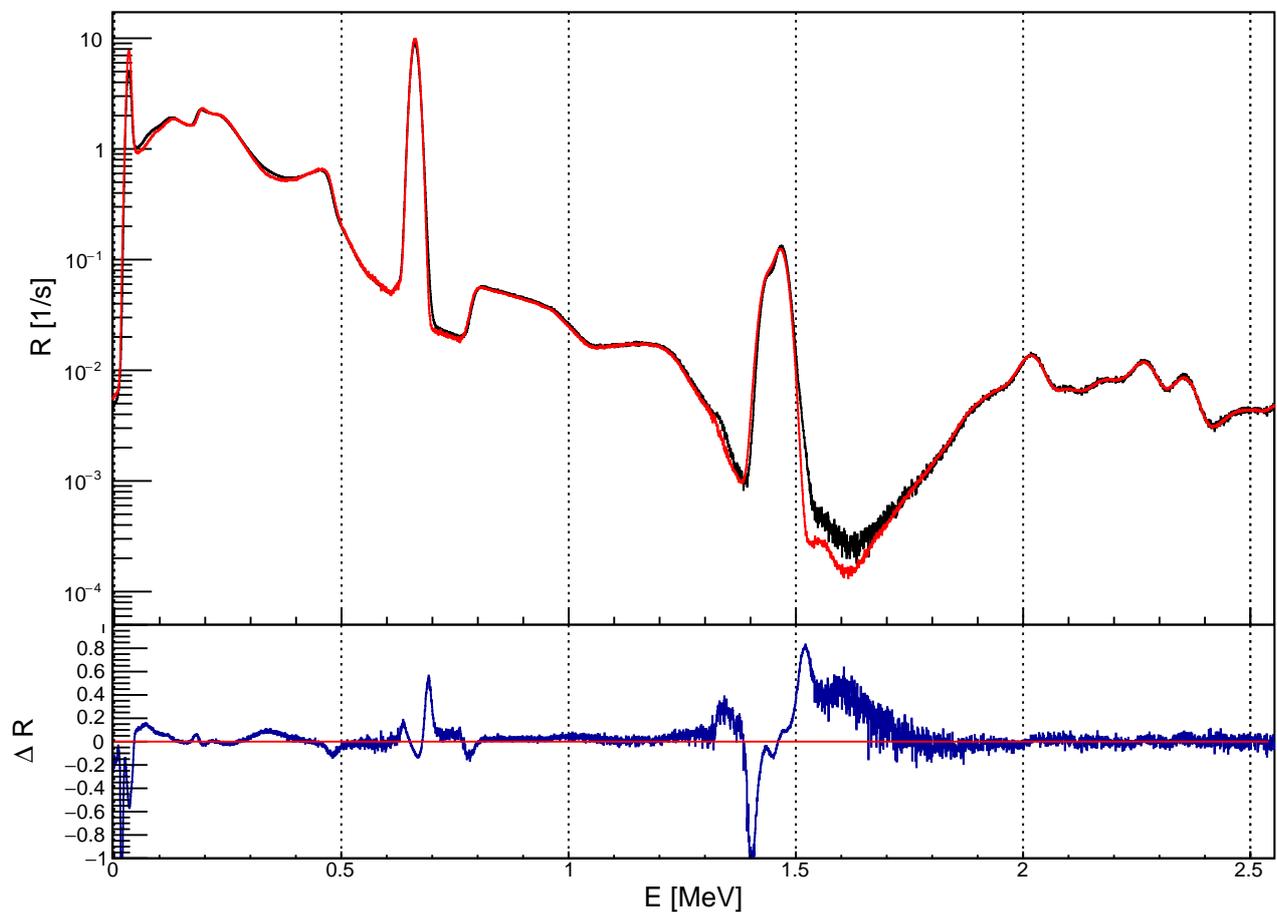


Abbildung 18: Vergleich des Cs-137 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen

Abbildung 19 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Mn-54 Spektrums dar. Mn-54 ist ein einliniges Radionuklid, das Gammastrahlung mit 834 keV emittiert. Der Photopeak überlagert sich mit dem La-138 Peak und  $\beta^-$ -Kontinuum des Untergrundes. Anhand des Residuums erkennt man eine leichte Verschiebung des Photopeaks, wobei der Peak der Simulation stärker ausgeprägt ist. Die La-138 Peaks des Untergrundes sind ebenso zueinander verschoben. Aufgrund der langen Messzeit des Untergrundspektrums werden die La-138 Peaks bei 1435 keV durch Drifteffekte schlechter aufgelöst, wodurch Abweichungen der verglichenen Spektren zu beobachten sind. Im Energiebereich bei 1670 keV wird durch zufällige Koinzidenz eine Summation der Photopeaks angedeutet. Diese sind aber wegen der geringen Zählrate kaum ausgeprägt. Ebenso befinden sich Abweichungen bei Energien unter 200 keV, deren Beschreibung aus dem vorherigen Absatz hervorgeht.

Abbildung 20 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Zn-65 Spektrums dar. Zn-65 zerfällt entweder unter Elektroneneinfang oder durch den  $\beta^+$ -Zerfall in Cu-65. Das angeregte Cu-65m Atom emittiert anschließend unter Abregung Gammastrahlung mit 1115 keV. Falls es durch den  $\beta^+$ -Zerfall entsteht, wird ein Positron emittiert, das durch Annihilation zwei Photonen mit 511 keV erzeugt. Diese Linien sind in den betrachteten Spektren erkennbar. Der Annihilationspeak wird in der Simulation unterschätzt, wodurch er schwächer ausgeprägt ist. Hingegen ist der Photopeak bei 1115 keV bei der Simulation stärker ausgeprägt. Ebenso sind wieder bekannte Abweichungen des Compton-Kontinuums zu beobachten. Bei höheren Energien entstehen Koinzidenzeffekte durch Summation von Annihilationsstrahlung und Photopeak oder zwischen zwei Photopeaks. Der implementierte Trapezfilter der Simulation verursacht ein Tailing der Summationpeaks, welches zu einem schwachen Kontinuum führt. Das Tailing des Simulationsspektrums fällt stärker aus, da der festgelegte Parameter der Shapetime in diesem Spektren zu hoch ausfällt. Infolge der geringen Statistik schwankt die Abweichung in diesem Bereich stark.

Abbildung 21 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Co-60 Spektrums dar. Die stärksten Gammalinien von Co-60 liegen bei 1173 keV und 1332 keV.

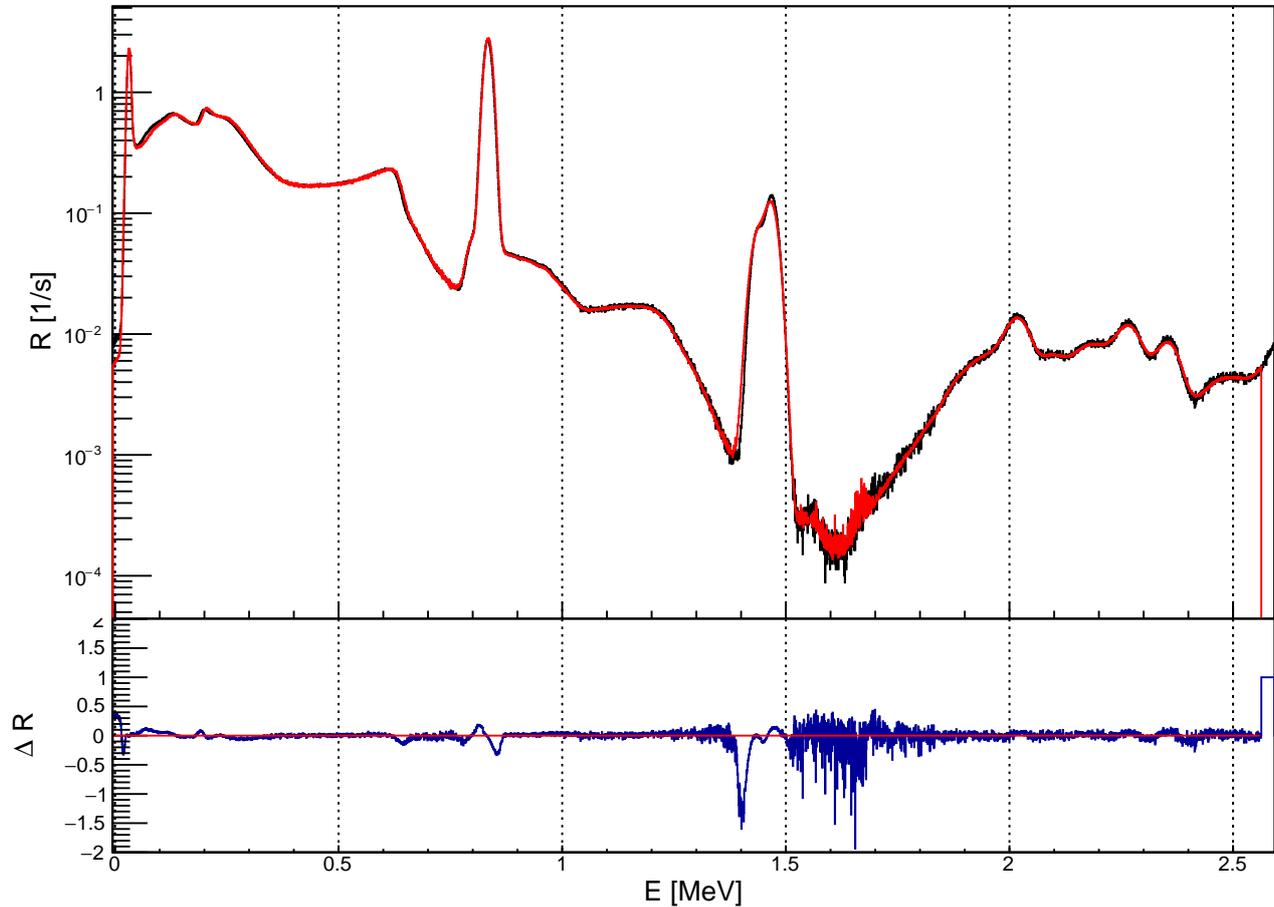


Abbildung 19: Vergleich des Mn-54 Spektrums der Messung (schwarz) und der Simulation (rot) mit Residuen

Anhand des Residuums erkennt man die geringe Verschiebung der Photopeaks zueinander, wobei die Peaks der Simulation wieder stärker ausgeprägt sind. Da die Gammaenergien 1022 keV übersteigen, ist der Paarbildungsprozess möglich, wodurch bei 511 keV Annihilationsstrahlung detektiert wird. Mit einer geringen Wahrscheinlichkeit wird direkt aus dem Zerfall 2505 keV Gammastrahlung emittiert, welches sich als Peak bemerkbar macht. Ebenso kann der Peak als Resultat von Koinzidenzsumationen von wahren und zufälligen Koinzidenzen entstehen. Die zufälligen Koinzidenzen verursachen das Tailing des Photopeaks, da die Lebensdauer der Zustände einige ps betragen, sodass bei wahrer Koinzidenz die Zeit-

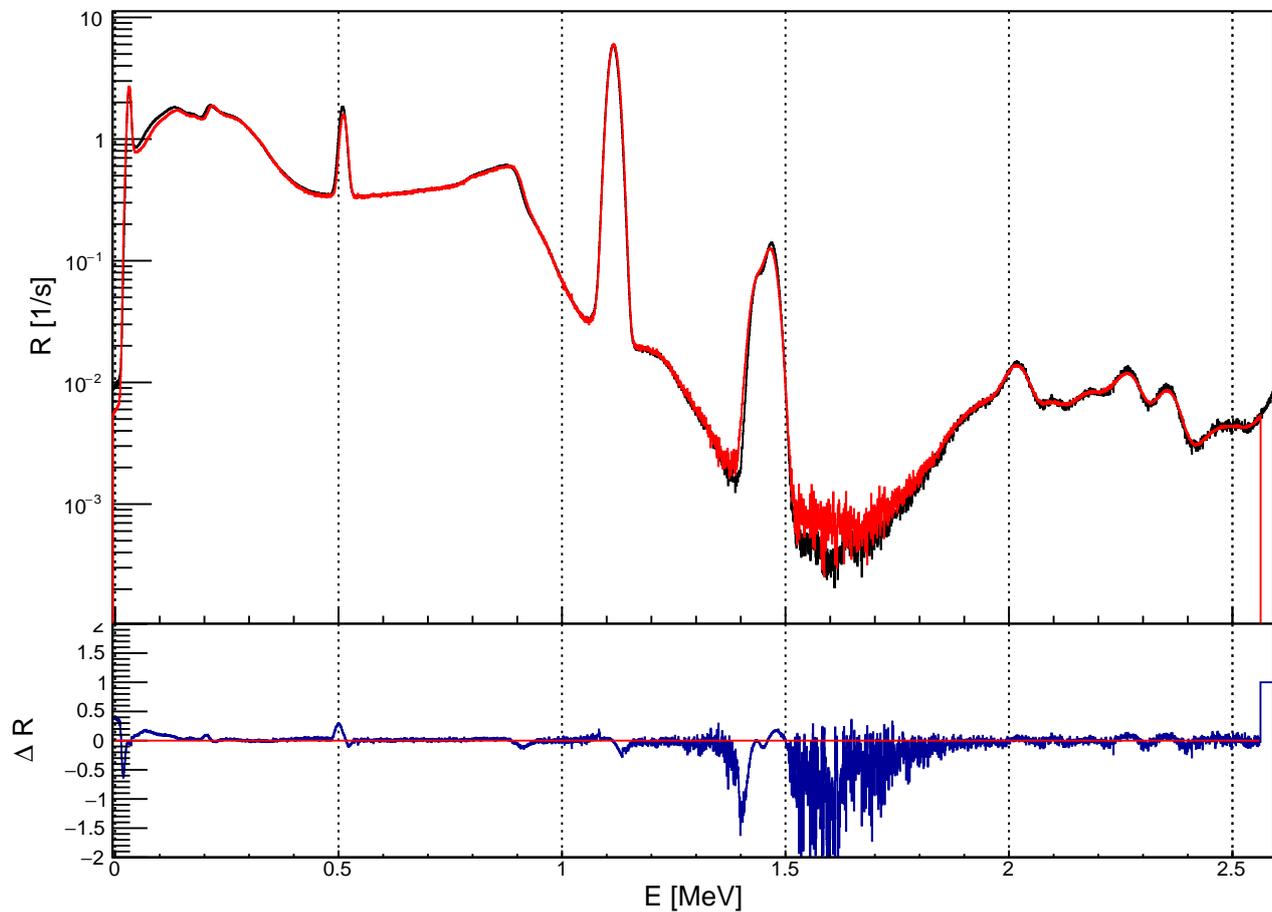


Abbildung 20: Vergleich des Zn-65 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen

differenz der Zerfälle im Vergleich zur Shapetime gering ist. Wie erwartet sind die Abweichungen bei geringen Energien vorhanden.

Abbildung 22 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Na-22 Spektrums dar. Na-22 zerfällt unter dem  $\beta^+$ -Zerfall in das angeregte Ne-22m, welches unter Abregung Gammastrahlung mit 1274 keV emittiert. Das aus dem Zerfall folgende Positron annihiliert mit einem Elektron, wodurch zwei 511 keV Photonen erzeugt werden. Der Vergleich der 511 keV Linie weist einen großen Unterschied zwischen den Spektren auf. Der Annihilationspeak ist bei der Simulation stärker

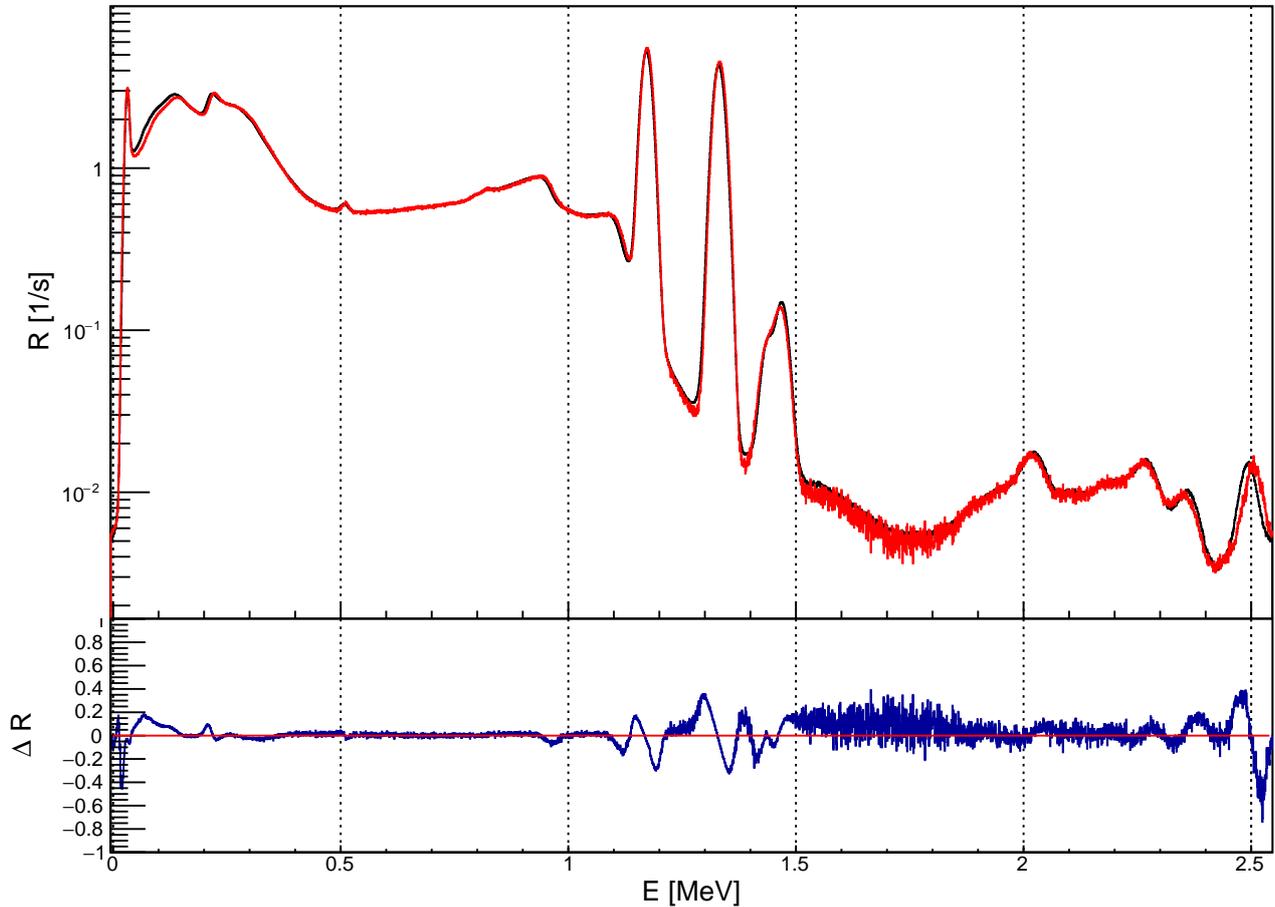


Abbildung 21: Vergleich des Co-60 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen

ausgeprägt, ebenso wie die dazugehörige Compton-Kante und der Rückstreupeak. Die resultierenden Photonen, die durch die Annihilation entstehen, tragen entgegengesetzte Impulse, sodass es durch die Winkelkorrelation eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für die Koinzidenz zwischen Annihilationsstrahlung und der rückgestreuten Strahlung gibt. Dies zeigt sich im Summationpeak bei 681 keV. Dieser fällt ebenso im Vergleich zum experimentellen Spektrum höher aus, da der erzeugende Mechanismus in der Simulation stärker vertreten ist. Bei 1785 keV bildet sich ein weiterer Summationpeak zwischen Annihilationsstrahlung und Photopeak aus.

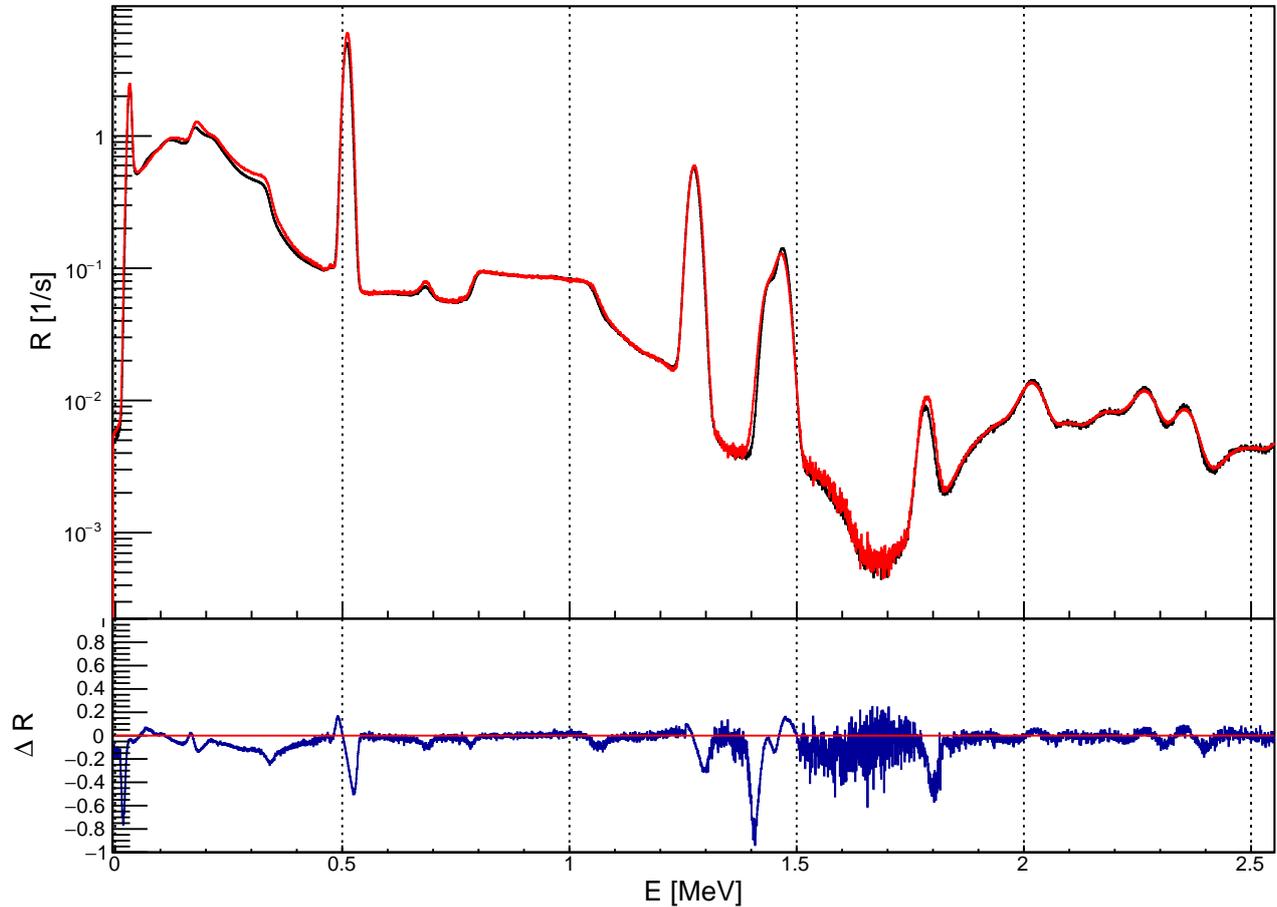


Abbildung 22: Vergleich des Na-22 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen

Abbildung 23 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Y-88 Spektrums dar. Die ausgeprägtesten Gammalinien von Y-88 liegen bei 898 keV und 1836 keV. Die Photopeaks bei 1836 keV sowie die Compton-Kanten sind bei der Simulation und bei der experimentellen Messung stark verschoben. Aufgrund der hohen Energie sind Paarbildungsprozesse möglich. Diese äußern sich anhand der Singleescape-Linie bei 1325 keV und der Doubleescape-Linie bei 814 keV. Falls die Paarbildung außerhalb des Detektormaterials stattfindet, wird bei 511 keV Anihilationstrahlung detektiert. Die 1435 keV La-138 Peaks werden durch das stark ausgeprägte Compton-Kontinuum überlagert. Im  $\alpha$ -Kontinuum des Untergrundes

sind Effekte des Trapezfilters zu erkennen, die aus Koinzidenzen des 1836 keV Peaks entstehen.

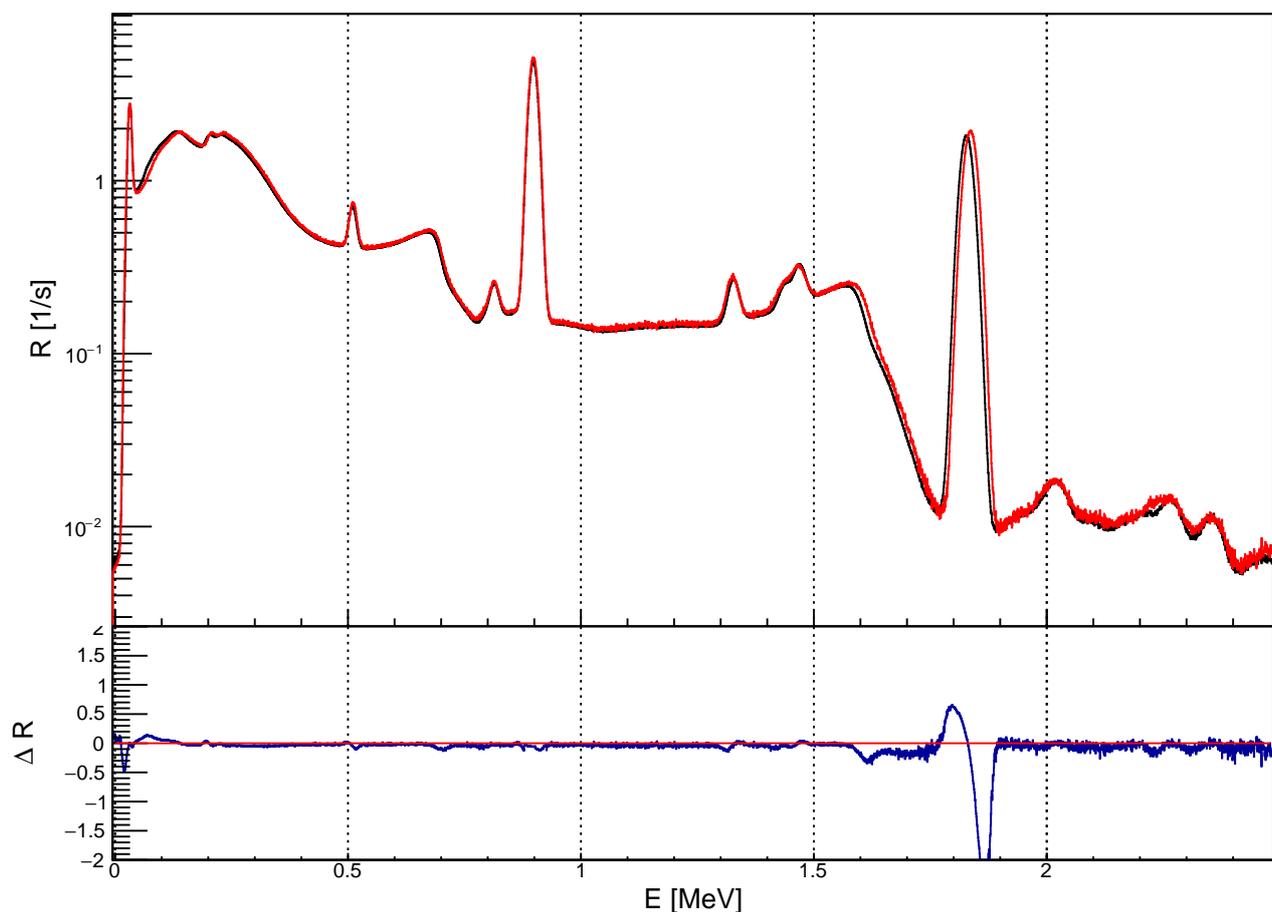


Abbildung 23: Vergleich des Y-88 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen

Abbildung 24 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Co-57 Spektrums dar. Das Co-57 Spektrum weist drei unterschiedliche Gammalinien bei 122 keV, 136 keV und 692 keV auf. Durch das geringe Auflösungsvermögen des Detektors überlagern sich die Peaks bei 122 keV und 136 keV, sodass der 122 keV Peak eine rechte Schulter ausbildet. Die Position der Peaks der experimentellen Messung sind bezüglich der Peaks der Simulation verschoben. Auch hier liegt es an der nicht-Linearität

der Lichtausbeute bei geringen Energien. Zusätzlich zu den bekannten Unterschieden der verschobenen La-138 Peaks bildet sich in der Messung ein schwach ausgeprägter Peak als Resultat der Koinzidenz zwischen La-138 Peaks und den 122 keV und 136 keV Peaks aus. Da im simulierten Spektrum der Untergrund addiert wurde, findet keine Koinzidenz dieser Peaks statt.

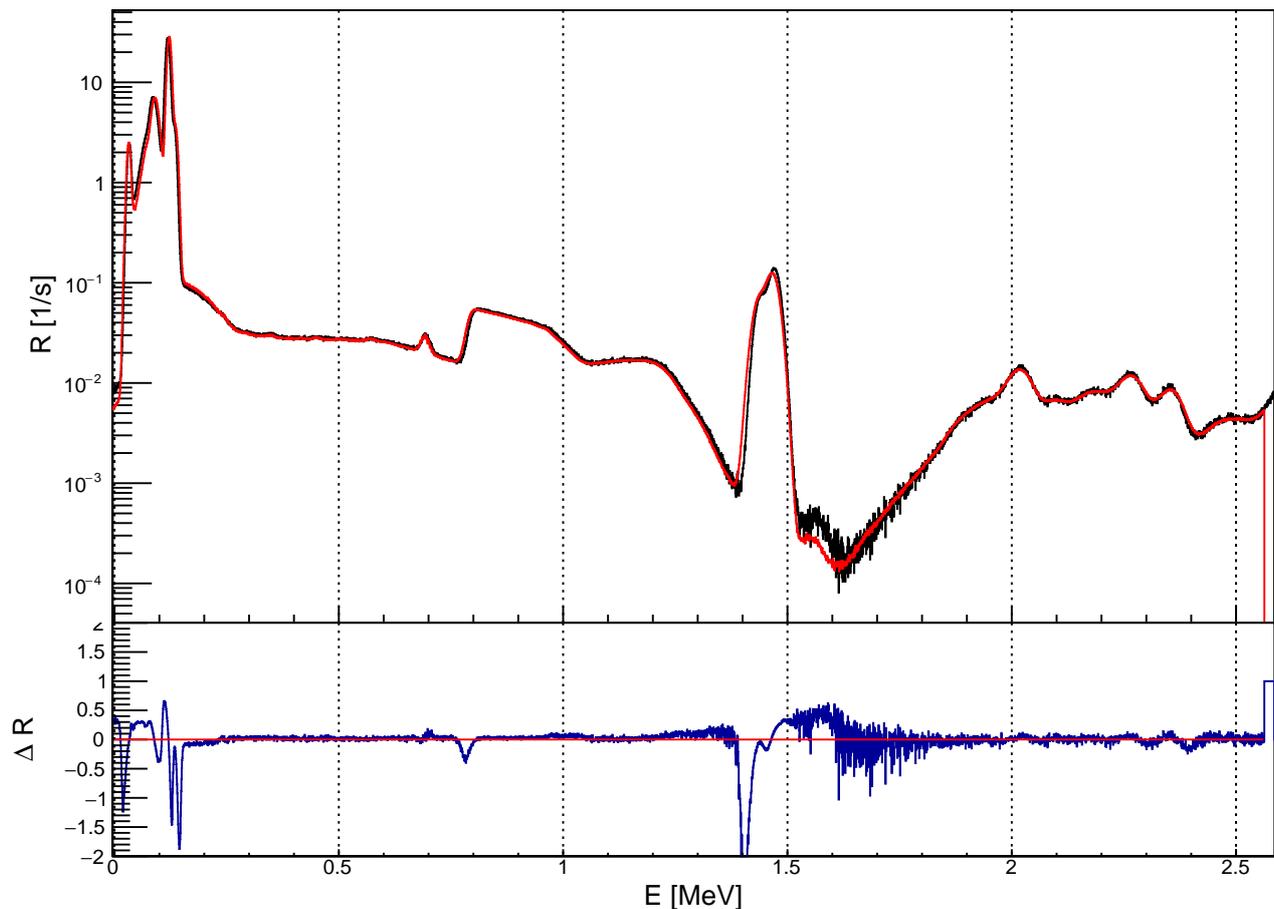


Abbildung 24: Vergleich des Co-57 Spektrums der Messung (schwarz) und der Simulation (rot) mit Residuen

Abbildung 25 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Cd-109 Spektrums dar. Cd-109 ist ein einliniges Radionuklid mit einer Linie bei 88 keV. Ähnlich wie bei der Auswertung der Co-57 Spektren sind die Gammalinie sowie

Compton-Kante zwischen Simulation und Messung verschoben. Hinzu kommen die leichten Verschiebungen zwischen den Untergrundpeaks des La-138. Durch den Elektroneneinfang des Cd-109 ist die Emission von charakteristischen Röntgenstrahlen bei 22 keV sehr wahrscheinlich. Jedoch befindet sich die Energie der Röntgenstrahlung unterhalb der eingestellten Energieschwelle der Elektronik, so dass der Peak im experimentell gemessenen Spektrum nicht vorhanden ist.

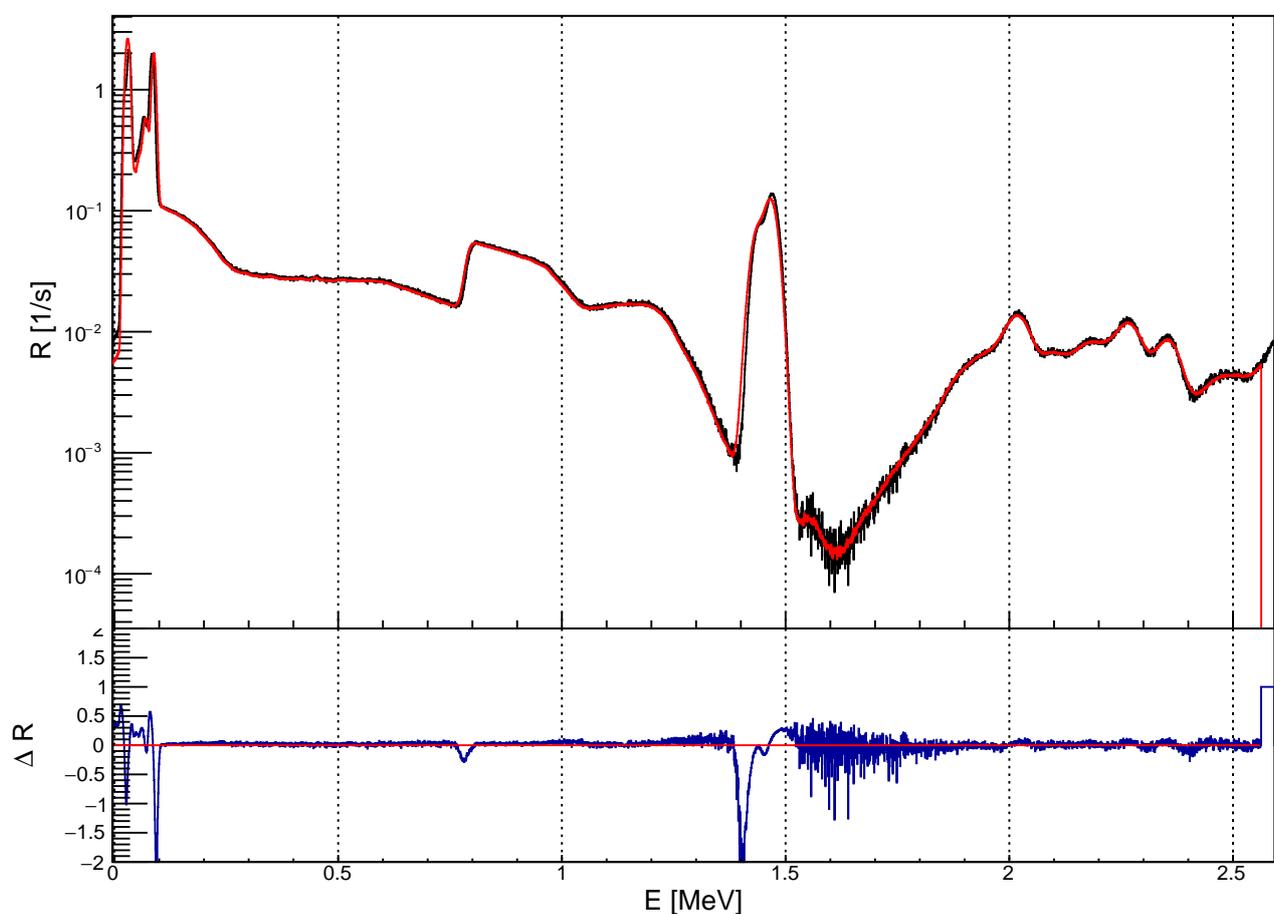


Abbildung 25: Vergleich des Cd-109 Spektrums der Messung (schwarz) und der Simulation (rot) mit Residuen

Abbildung 26 stellt den Vergleich des simulierten und des gemessenen Ra-226 Spektrums dar. Das Ra-226 Spektrum besitzt viele Gammalinien, die über einen

großen Energiebereich verteilt sind. Die für die Auswertung interessanten Peaks befinden sich bei 186 keV, 241 keV, 295 keV, 351 keV und 609 keV, die als Folge des Zerfalls von Ra-226, Pb-214 und Bi-214 emittiert werden. Im Vergleich des simulierten und des experimentellen Spektrums zeigen sich direkte Unterschiede der Zählraten in den zahlreichen Compton-Kontinua. Zwar stimmen die Peakpositionen der Spektren gut überein, jedoch würden sich die Peakhöhen der Simulation durch Addition der fehlenden Zählraten in den Kontinua weiter erhöhen. Durch die lange Zerfallskette des Ra-226 Nuklids ist es schwierig, die genaue Ursache der Unterschiede zu ermitteln, da viele Faktoren berücksichtigt werden müssen. Es muss angemerkt werden, dass sich die tatsächliche Ra-226 Quelle in einer massiven Aluminiumscheibe mit einem Kunststofffenster befindet, das detailgetreu in die Simulation hinzugefügt wurde. Jedoch kann das folgende Rn-222 in der realen Quelle in das Kunststofffenster diffundieren, das zu Abweichungen der Messgeometrie führen könnte. Ebenso wurde das Erzeugen eines Gleichgewichtszustands in der Simulation beachtet, um Koinzidenzeffekte zu ermitteln. Hierfür wurde nicht nur die Lebenszeit des primären Ra-226 Teilchens angepasst, sondern auch für alle folgenden Töchternuklide, sodass sich diese im Gleichgewicht befinden. Die reale Quelle ist hingegen insbesondere für das Töchternuklid Pb-210 aufgrund der langen Halbwertszeit nicht im Gleichgewicht, wodurch die Annahme der Simulation diesbezüglich nicht realistisch ist. Jedoch begründet das nicht den Effekt der fehlenden Zählraten der Simulation.

Des Weiteren wurden Spektren von Zn-65 und Mn-54 mit einem Abstand von 2,1 cm zwischen Quelle und Detektorendkappe aufgenommen und mit den dazu simulierten Spektren verglichen, um den Einfluss von zufälligen Koinzidenzen auf die Detektorantwort zu betrachten. Die zufälligen Koinzidenzen werden im Post-processing durch die Angabe der Shapetime erzeugt. Durch den Vergleich zwischen Simulation und Messung wurde eine Shapetime von 2,35  $\mu\text{s}$  bestimmt. Die ausgewerteten Spektren werden in Abbildung 27 dargestellt. Die obere Reihe zeigt den Vergleich des experimentellen Spektrums mit der Simulation ohne Betrachtung von zufälligen Koinzidenzen. Wie erwartet verursachen die zufälligen Koinzidenzen eine Zunahme der Zählraten hinter den Photopeaks. Besonders beim Zn-65 Spektrum erkennt man einen Anstieg des Untergrundes des 1115 keV Photopeaks. In

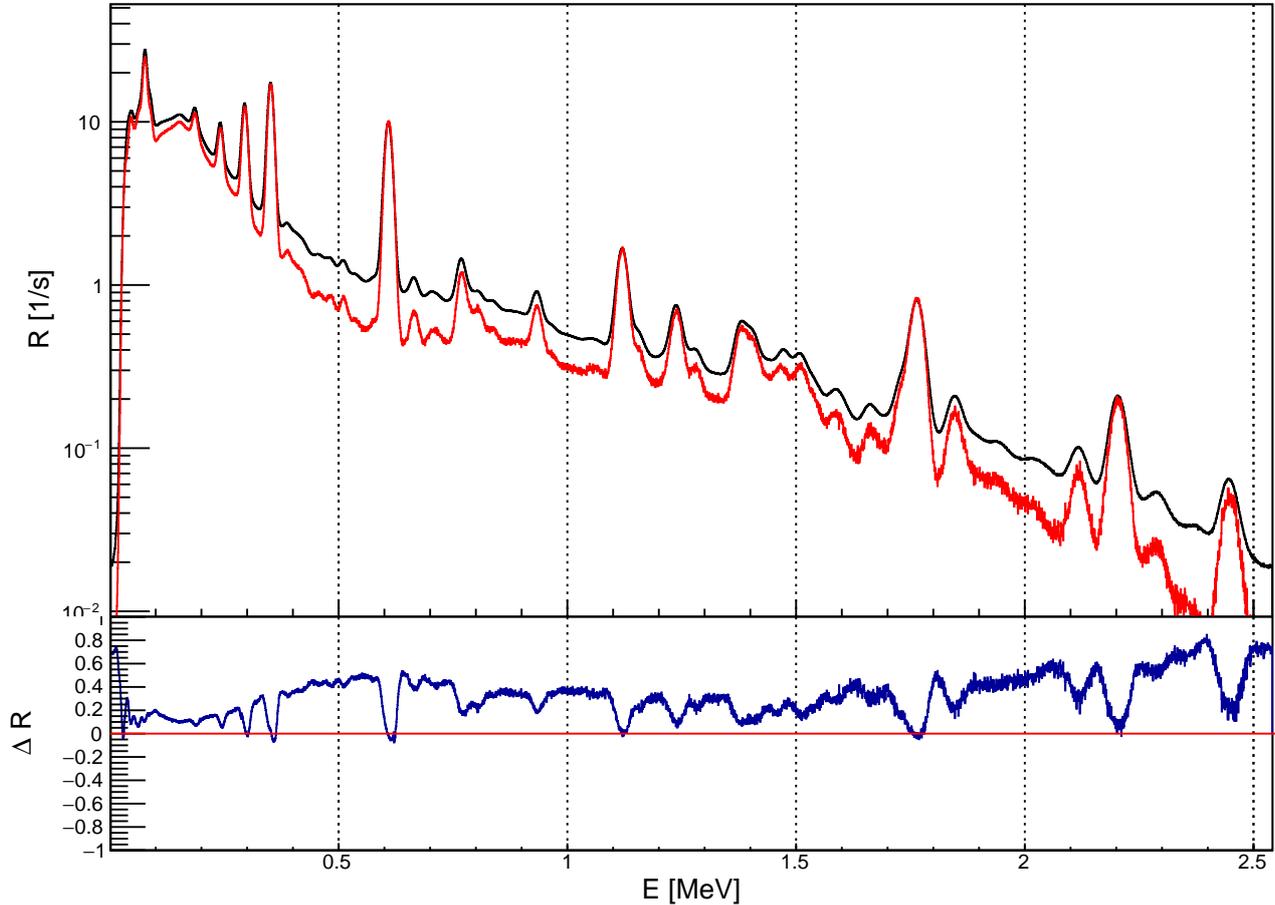


Abbildung 26: Vergleich des Ra-226 Spektrums der Messung (schwarz) und der Simulation (rot) mit Residuen

der mittleren Reihe werden beim simulierten Spektrum die Energien der zufälligen Koinzidenzen kumuliert, sofern sich die Ereignisse innerhalb der Shapetime befinden. So bilden sich in der Simulation die bekannten Charakteristika des Spektrums wie Compton-Kante, Rückstreupeak und Photopeak als Koinzidenzsummatton bei höheren Energien aus. Das beobachtbare Tailing der Summationpeaks ist mit dieser Implementierung jedoch nicht darstellbar. Die unterste Reihe der Abbildung stellt die Betrachtung der Zeitinformationen der Ereignisse mittels eingefügten Trapezfilter in der Simulation dar. Durch die relative Zeitdifferenz der ermittelten Koinzidenzen verringert sich die resultierende Energie der Ereignisse, welches in

Tabelle 3: Vergleich der Effizienz zwischen Messung und Simulation.

$E_\gamma$ [keV]	$R_{Exp}$ [s <sup>-1</sup> ]	$R_{Sim}$ [s <sup>-1</sup> ]	$A$ [kBq]	$I_\gamma$ in %	$\varepsilon_{Mes}$ in 10 <sup>-5</sup>	$\varepsilon_{Sim}$ in 10 <sup>-5</sup>	$\Delta\varepsilon$ in %
661,657	319,91(5)	340,44(16)	80,13(20)	85,10(20)	4,691(16)	4,992(17)	-6,4(5)
834,848	98,89(4)	104,13(8)	25,83(7)	99,9760(10)	3,830(10)	4,032(11)	-5,3(4)
1274,657	26,003(11)	27,247(25)	10,381(26)	99,940(14)	2,506(6)	2,626(7)	-4,8(4)
1115,539	252,12(5)	263,09(15)	168,1(12)	50,04(10)	2,998(22)	3,128(23)	-4,4(11)
1173,228	230,675(30)	237,70(16)	82,92(21)	99,85(3)	2,786(7)	2,871(7)	-3,0(4)
1332,492	209,681(26)	217,39(14)	82,92(21)	99,9826(6)	2,529(6)	2,622(7)	-3,7(4)
1836,063	103,340(21)	109,73(8)	56,48(14)	99,2(3)	1,844(7)	1,958(8)	-6,2(6)
898,042	189,18(3)	197,49(12)	56,48(14)	93,7(3)	3,575(15)	3,732(15)	-4,4(6)
122,06065*	522,4(23)	564,54(28)	43,97(22)	85,60(17)	13,88(10)	15,00(8)	-8,1(10)
136,47356*	60,7(4)	63,33(12)	43,97(22)	10,68(8)	12,92(15)	13,49(12)	-4,4(15)
692,41	0,296(5)	0,291(15)	43,97(22)	0,149(10)	4,5(3)	4,4(4)	1,7(109)
88,036*	33,83(13)	35,42(29)	63,2(4)	3,644(16)	14,68(12)	15,37(17)	-4,7(15)

einem Tailing der Koinzidenzsummationen führt. Diese Summationen können sich auf das gesamte Spektrum verteilen.

Für eine simple und schnelle Vorgehensweise zur Bestimmung der Zählrate des Photopeaks der Simulation bietet sich die Betrachtung des unverbreiterten Simulationsoutputs an. Da die Linien in dieser Darstellung diskret sind, muss nur der Kanal, der den Photopeak enthält, ausgewertet werden. Ein linearer Abzug des Untergrundes wird durch diese Vorgehensweise umgangen, da im Laufe des Post-processings der Untergrund separat zum Output hinzugefügt wird. Jedoch werden besonders bei höheren Energien die beobachtbaren Röntgenescape-Linien der Peaks nicht aufgelöst, sodass sie bei der experimentellen Messung stets zur Peakfläche beitragen und so zu Abweichungen führt. Zur Konsistenz der Auswertung werden ebenfalls die verbreiterten Photopeaks der Simulation mit Einbindung des Untergrundes betrachtet, um einen direkten Vergleich zwischen Simulation und experimenteller Messung zu gewährleisten. Die Bestimmung der Effizienz der simulierten Photopeaks wird analog zu der in Abschnitt 3.5 beschriebenen Methodik durchgeführt. Da die Peakflächen in Zählraten berechnet werden, wird die Formel (10) für die Unsicherheit der Fläche angepasst. Hierfür wird die Unsicherheit des

Kanalinhalt  $N_i$  durch  $\sqrt{\frac{R_i}{t}}$  substituiert. Die Abweichung zwischen der Effizienz der Simulation und der Messung wird durch

$$\Delta\varepsilon = \frac{\varepsilon_{Exp} - \varepsilon_{Sim}}{\varepsilon_{Exp}} \quad (16)$$

berechnet. Für die Unsicherheit der Abweichung folgt nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma(\Delta\varepsilon) = \sqrt{\left(\frac{\sigma(\varepsilon_{Sim})}{\varepsilon_{Exp}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{Sim}}{\varepsilon_{Exp}^2} \sigma^2(\varepsilon_{Exp})} \quad (17)$$

Die Ergebnisse der Auswertung werden in Tabelle 3 tabellarisch und in Abbildung 28 graphisch dargestellt. Die Abweichung der Effizienz zwischen Simulation und Messung beträgt im Mittel 4,75 %, die durch die Überschätzung der Peakflächen der Simulation verursacht wird. Die Effizienz steigt wie erwartet mit abnehmender Energie, da die Wahrscheinlichkeit, dass der photoelektrische Effekt eintritt, bei geringen Energien dominiert. Zusätzlich sind Effekte der Koinzidenz bei mehrlinigen Nukliden, wie Y-88 und Co-60, zu beachten, die sich durch Verminderung der Anzahl der Zählraten im Photopeak auswirken.

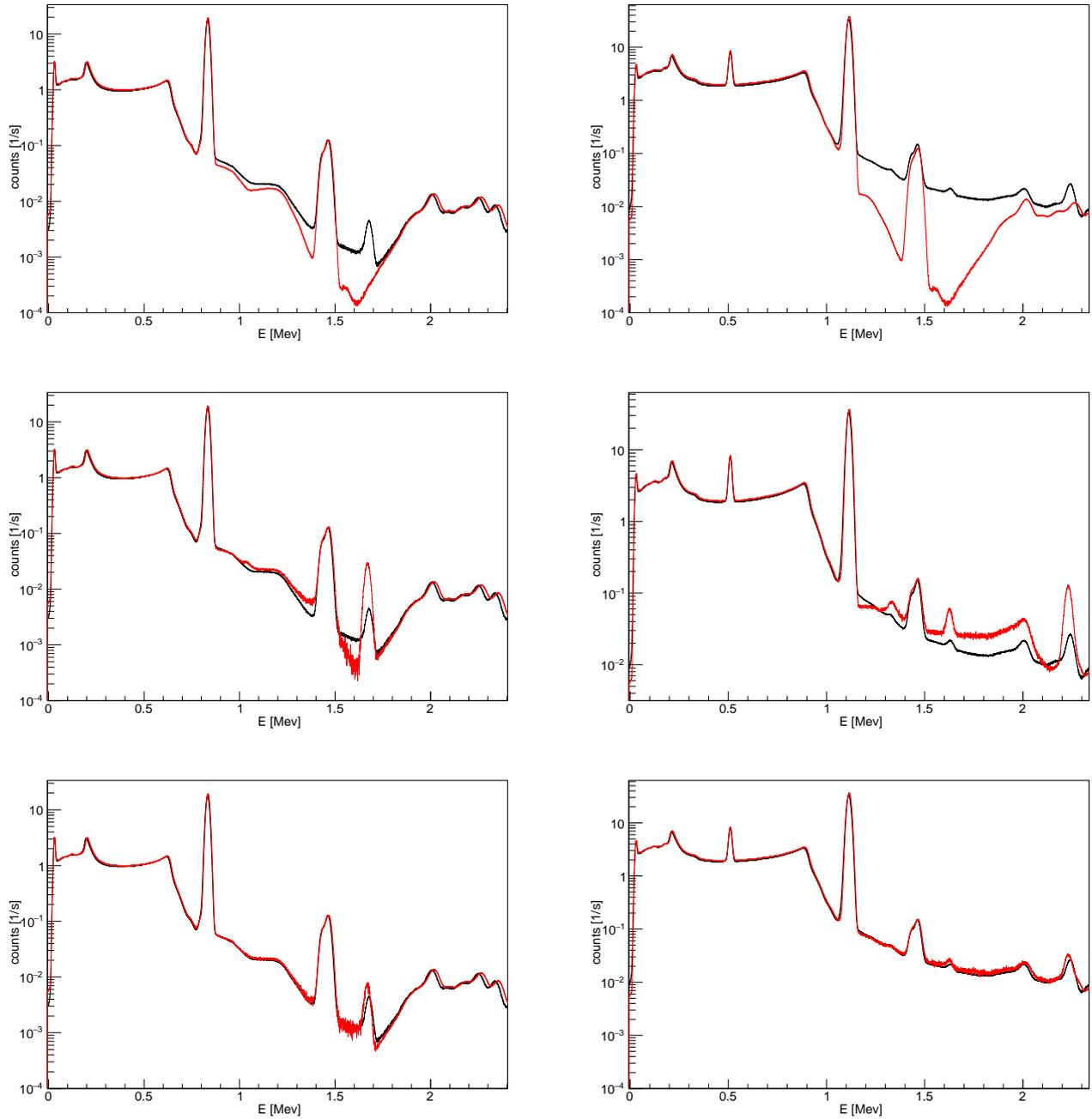


Abbildung 27: Einflüsse durch zufällige Koinzidenzen der Simulation(rot) im Vergleich zur Messung(schwarz). Hierzu wurden Spektren von Mn-54 (links) und Zn-65 (rechts) im Abstand von 2,1 cm aufgenommen. Keine zufällige Koinzidenzen (oben); zufällige Koinzidenzen ohne Trapezfilter (mitte); zufällige Koinzidenzen mit Trapezfilter (unten)

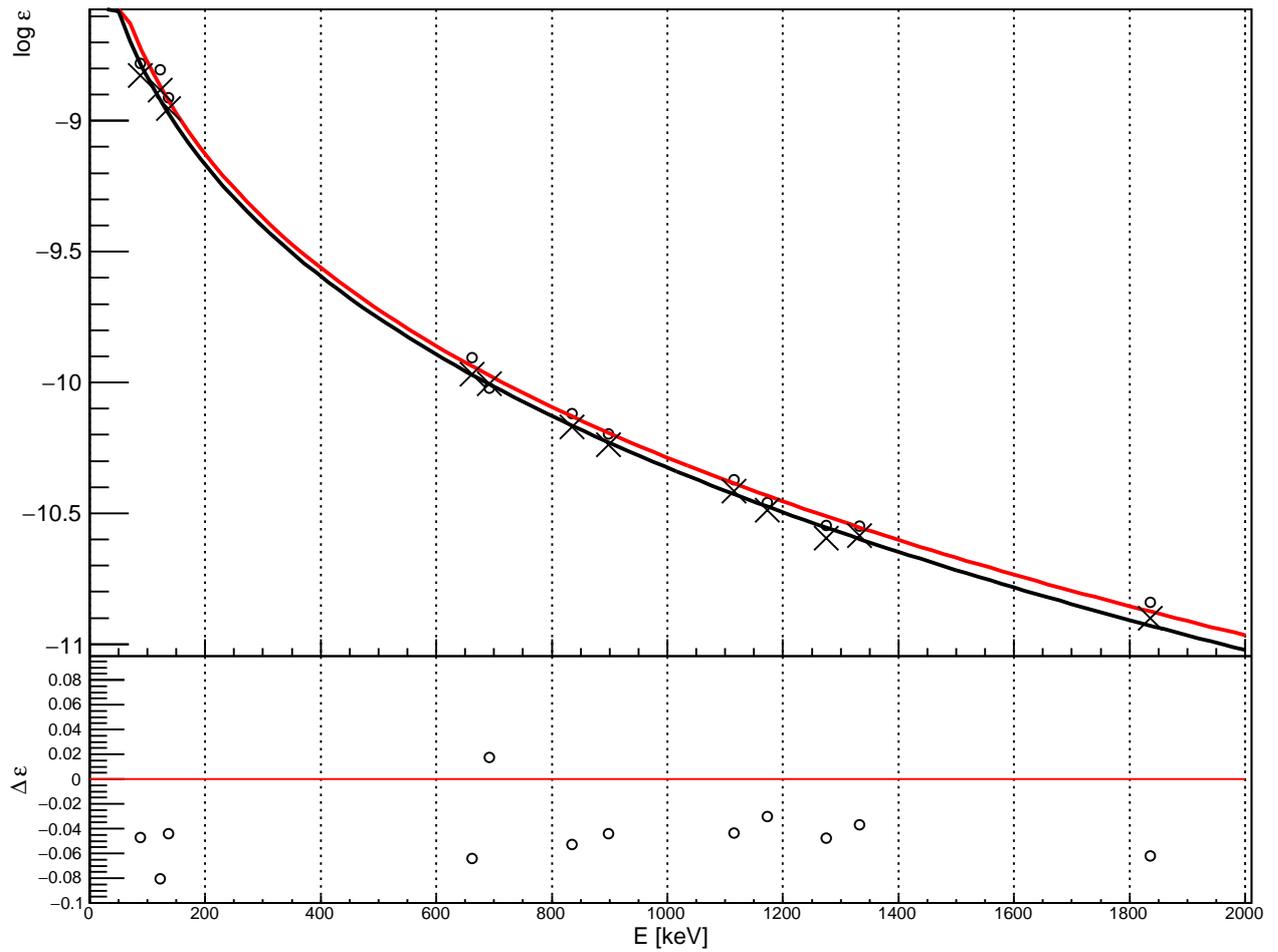


Abbildung 28: Vergleich der experimentell bestimmten Effizienz (schwarz mit Kreuzen) mit der simulierten Effizienz (rot mit Kreisen) mit Abweichungen unten

## 6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Zielsetzung dieser Arbeit war die Beschreibung und Charakterisierung der Detektorantwort eines  $\text{LaBr}_3$ -Detektors durch die Simulation mittels Monte-Carlo-Methodik, die durch das GEANT4-Toolkit bereitgestellt wird. Zur Validierung und Auswertung der Ergebnisse der Simulation wurden experimentell gemessene Spektren hinzugezogen und anschließend verglichen. Durch fortlaufende Optimierungen der Simulation kann nun die Detektorantwort unter Angabe des Radionuklids, der Aktivität und des Messabstandes mit geringen Abweichungen vorhergesagt werden.

Die berechnete Abweichung der Effizienz im Photopeak zwischen Simulation und experimenteller Messung beläuft sich im Mittel auf 4,75 %, wobei die Peakflächen der Simulation generell überschätzt werden. Verursacht wird dies unter anderem durch die Unsicherheiten der Abmessung des Messabstandes sowie der Maße des Kristalls. Die in der Simulation verwendeten Wechselwirkungsquerschnitte sind durch parametrisierte Modelle zugänglich, die im betrachteten Energiebereich zu Abweichungen führen können. Inhomogenitäten des realen Kristalls beziehungsweise Verunreinigungen und Schäden mindern das Ansprechvermögen des Detektors, was in der Simulation nicht beachtet wird. Die Effekte der Summation zufälliger Koinzidenzen werden im Post-Processing der Simulation durch die Implementation eines Trapezfilters bestimmt und führen im Vergleich zur experimentellen Messung zu einer guten Übereinstimmung der Peaks sowie Compton-Kontinua.

## 7 Ausblick

Trotz zufriedenstellender Ergebnisse bietet die Simulation noch Raum für Verbesserungen. So kann eine Methodik eingeführt werden, die die Parameter der Positionierung und der Messabstände zwischen Quelle und idealisiertem Detektormodell im Rahmen der Unsicherheiten variiert, sodass eine minimale Abweichung der Messgeometrie anhand experimenteller und simulierter Detektorantwort gefunden

---

wird. Dies könnte man beispielsweise über ein genetisches Verfahren erreichen. Ergänzend dazu können weitere Messungen und Simulationen mit höheren Messabständen durchgeführt werden. Weiterhin können die Ursachen der Abweichungen zwischen dem simulierten und gemessenen Ra-226 Spektrums näher untersucht werden.

## 8 Anhang

### Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst wurde und dass keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegt.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift

### Danksagung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich mich bei jedem bedanken, der mich während der Anfertigung meiner Abschlussarbeit unterstützt hat.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Betreuer Florian Mertes für die tatkräftige Unterstützung und für die hilfreichen Anregungen bei der Erstellung meiner Arbeit während und nach meiner Zeit in der PTB bedanken. Ich wünsche dir für deinen weiteren akademischen Werdegang viel Erfolg und alles Beste.

Ich bedanke mich bei der Arbeitsgruppe 6.13 für die schöne Erfahrung in der

PTB. Ich habe die Zeit sehr genossen und schätze es sehr, dass sich bei Fragen und Problemen stets die Zeit genommen wurde, um mir zu weiterzuhelfen. Auch hier wünsche ich für die Zukunft nur das Beste.

Außerdem möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Walther für das Korrekturlesen der Bachelorarbeit bedanken.

Zum Schluss danke ich meinen Eltern und Bruder sowie meiner Freundin für die Unterstützung und ermutigenden Worte während meines Studiums.

## Literatur

- [1] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit. Richtlinie 2013/59/Euratom. <https://www.bmu.de/gesetz/richtlinie-201359euratom/>.
- [2] S. Röttger. Neue Radon-Emanationsquellen für das EMPIR Projekt MetroRADON. [https://www.ptb.de/cms/de/presseaktuelles/zeitschriften-magazine/ptb-jahresbericht/jahresberichte/fruehere-jahresberichte/jahresbericht-2018/aus-den-abteilungen/nachrichten-aus-abteilung-6/nachricht-abteilung-6.html?tx\\_news\\_pi1%5Bnews%5D=9660&tx\\_news\\_pi1%5Bcontroller%5D=News&tx\\_news\\_pi1%5Baction%5D=detail&tx\\_news\\_pi1%5Bday%5D=19&tx\\_news\\_pi1%5Bmonth%5D=12&tx\\_news\\_pi1%5Byear%5D=2018&cHash=c92ed943f73f019a5c63caf1b016b907](https://www.ptb.de/cms/de/presseaktuelles/zeitschriften-magazine/ptb-jahresbericht/jahresberichte/fruehere-jahresberichte/jahresbericht-2018/aus-den-abteilungen/nachrichten-aus-abteilung-6/nachricht-abteilung-6.html?tx_news_pi1%5Bnews%5D=9660&tx_news_pi1%5Bcontroller%5D=News&tx_news_pi1%5Baction%5D=detail&tx_news_pi1%5Bday%5D=19&tx_news_pi1%5Bmonth%5D=12&tx_news_pi1%5Byear%5D=2018&cHash=c92ed943f73f019a5c63caf1b016b907).
- [3] S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, et al. Geant4 — a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250 – 303, 2003. ISSN 0168-9002. doi: <https://doi.org/10.1016/>

- S0168-9002(03)01368-8. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900203013688>.
- [4] Edgar van Loef, Pieter Dorenbos, C.W.E Eijk, Karl Krämer, and H U. Gudel. High-energy-resolution scintillator: Ce<sup>3+</sup> activated LaBr<sub>3</sub>. *Applied Physics Letters*, 79:1573 – 1575, 10 2001. doi: 10.1063/1.1385342.
- [5] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, 3rd edition, 2000. ISBN 978-0-471-07338-3.
- [6] Saint Gobain Crystals. Lanthanum Bromide Material Data Sheet. <https://www.crystals.saint-gobain.com/sites/imdf.crystals.com/files/documents/lanthanum-material-data-sheet.pdf>.
- [7] R.B. Firestone et al. *Table of Isotopes*. Wiley, 1996.
- [8] A. F. Iyudin, V. V. Bogomolov, S. I. Svertilov, I. V. Yashin, N. V. Klassen, S. Z. Shmurak, and A. D. Orlov. Peculiarities of intrinsic background in LaBr<sub>3</sub>: Ce and CeBr<sub>3</sub> scintillating crystals. *Instruments and Experimental Techniques*, 52(6):774, Dec 2009. ISSN 1608-3180. doi: 10.1134/S0020441209060037. URL <https://doi.org/10.1134/S0020441209060037>.
- [9] F. Quarati, A.J.J. Bos, S. Brandenburg, C. Dathy, P. Dorenbos, S. Kraft, R.W. Ostendorf, V. Ouspenski, and Alan Owens. X-ray and gamma-ray response of a 2''×2'' LaBr<sub>3</sub>:Ce scintillation detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 574(1):115 – 120, 2007. ISSN 0168-9002. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2007.01.161>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900207002550>.
- [10] T. Streil, v. Oeser, et al. Neue analytische Methode zur schnellen Nuklididentifikation in mobilen in situ Gammaspektrometern.

- [https://fs-ev.org/fileadmin/user\\_upload/70\\_Jahrestagungen/Jahrestagung%202016/S8\\_V20\\_Streil.pdf](https://fs-ev.org/fileadmin/user_upload/70_Jahrestagungen/Jahrestagung%202016/S8_V20_Streil.pdf).
- [11] GEANT4 Collaboration. Geant4 User's Guide for Toolkit Developers. <http://geant4-userdoc.web.cern.ch/geant4-userdoc/UsersGuides/ForToolkitDeveloper/fo/BookForToolkitDevelopers.pdf>, .
- [12] PTB Arbeitsgruppe 6.11. Katalog Aktivitätsnormale. [https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/fachabteilungen/abteilung\\_6/6.1/6.11/katalog\\_de.pdf](https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/fachabteilungen/abteilung_6/6.1/6.11/katalog_de.pdf).
- [13] Blender Homepage. <https://www.blender.org>.
- [14] GEANT4 Collaboration. Physics Reference Manual. <http://geant4-userdoc.web.cern.ch/geant4-userdoc/UsersGuides/PhysicsReferenceManual/fo/PhysicsReferenceManual.pdf>, .
- [15] J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, P. Arce, M. Asai, T. Aso, et al. Recent developments in Geant4. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 835:186 – 225, 2016. ISSN 0168-9002. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900216306957>.
- [16] Chuanlei Liu, Weihua Zhang, Dylan Pierce, Kurt Ungar, Christopher Tulk, and Marc Bean. Gamma Spectrum and Coincidence Summation Simulations with Geant4 in the Analysis of Radionuclide Using BEGe Detector. *Applied Radiation and Isotopes*, 137, 04 2018. doi: 10.1016/j.apradiso.2018.04.003.

## Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung der Compton-Streuung (nach [5]) . . . . .	4
2	Polardarstellung der Streuerverteilung nach Klein-Nishina (aus [5]) . .	5
3	Bändermodell eines Szintillators mit Aktivator (aus [5]) . . . . .	6
4	Schematische Darstellung des Photomultiplier (aus [5]) . . . . .	8
5	Aufbau der Messungen. Im Inneren der geöffneten Abschirmung befindet sich der Detektor, der durch die rotfarbene Halterung fixiert wird, sodass Quelle und Endkappe konzentrisch sind. Der Abstand beträgt 9,7(2) cm. . . . .	9
6	Spektrum des Untergrunds . . . . .	12
7	Cs-137 Spektrum im Abstand von 9,7 cm . . . . .	14
8	Energiekalibrierung des Cs-137 Spektrums mit Residuen . . . . .	18
9	Verschiebung der La-138 Peaks bei verschiedenen Messungen. Der erhöhte Untergrund der blauen Kurve entsteht durch die Summation von zufälligen Koinzidenzen . . . . .	19
10	Halbwertsbreite als Funktion der Energie mit Residuen . . . . .	20
11	Effizienz der experimentellen Messung mit Residuen . . . . .	22
12	Aufgenommenes Röntgenbild zur Bestimmung der Abmessungen des Detektors. Der Kristall erscheint durch die starke Absorption schwarz. . . . .	26
13	Simulierter Detektor mit Quellenhalterung, sowie aufgeschnittener Detektor (oben). Aufbau der Messanordnung der Simulation, vergleichbar mit Abbildung 5 (unten). Visualisierung durch das 3D-Programm Blender [13] . . . . .	27
14	Simuliertes Cs-137 Spektrum mit 1.000.000.000 Zerfällen. Der Abstand zwischen Mittelpunkt der Quelle und Endkappe des Detektors beträgt 9,7 cm . . . . .	32
15	Beispiel der Funktionsweise des Trapezfilters . . . . .	34
16	Verbreitertes Cs-137 Spektrum (oben). Verbreitertes Cs-137 Spektrum mit zufälligen Koinzidenzen (unten) . . . . .	36

---

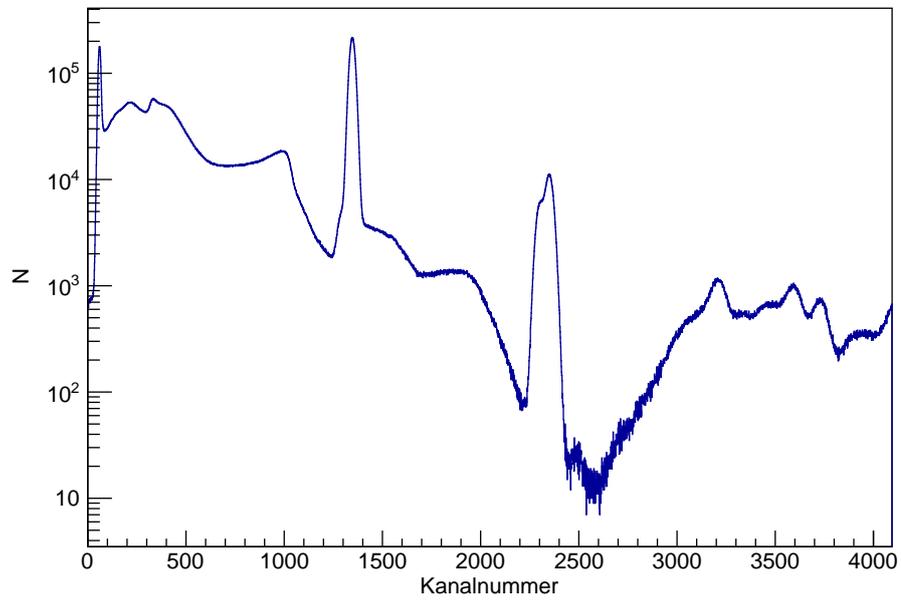
17	Anzahl der registrierten Photonen im Kristall pro Zeitintervalle der Cs-137 Simulation. Nach etwa 1000s wird der Gleichgewichtszustand erreicht . . . . .	37
18	Vergleich des Cs-137 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	40
19	Vergleich des Mn-54 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	42
20	Vergleich des Zn-65 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	43
21	Vergleich des Co-60 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	44
22	Vergleich des Na-22 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	45
23	Vergleich des Y-88 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	46
24	Vergleich des Co-57 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	47
25	Vergleich des Cd-109 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	48
26	Vergleich des Ra-226 Spektrums der Messung(schwarz) und der Simulation(rot) mit Residuen . . . . .	50
27	Einflüsse durch zufällige Koinzidenzen der Simulation(rot) im Vergleich zur Messung(schwarz). Hierzu wurden Spektren von Mn-54 (links) und Zn-65 (rechts) im Abstand von 2,1 cm aufgenommen. Keine zufällige Koinzidenzen (oben); zufällige Koinzidenzen ohne Trapezfilter (mitte); zufällige Koinzidenzen mit Trapezfilter (unten)	53
28	Vergleich der experimentell bestimmten Effizienz (schwarz mit Kreuzen) mit der simulierten Effizienz (rot mit Kreisen) mit Abweichungen unten . . . . .	54

Tabelle 4: Messwerte und Ergebnisse der Energiekalibrierung

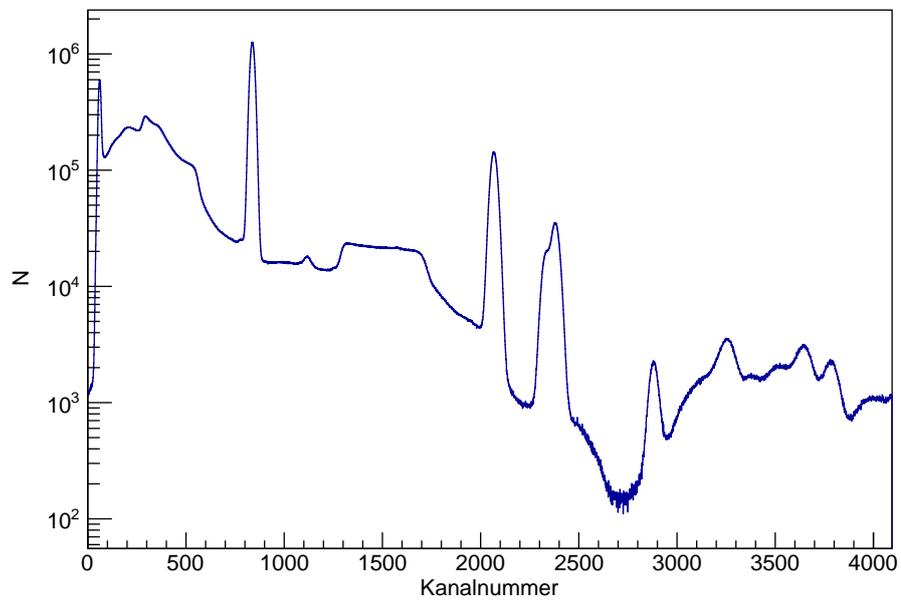
Spektrum	Linie	Kanal	$E_\gamma$ [keV]	$E_{Kal}$ [keV]	$\Delta E$ [keV]
Cs-137	Photo	1084,29007	661,657	662,231255	0,57425524
	La-Röntg.	57,4451587	32,194	32,1815711	0,0124289
	La-138	2327,401	1435,795	1434,99316	0,8018405
	La-138 Koinz.	2380,61789	1467,989	1468,31954	0,33053917
	$E_{\alpha,1}$	3253,99519	2019,75	2018,13313	1,61687129
	$E_{\alpha,2}$	3646,99585	2266,97	2267,30377	0,33376512
	$E_{\alpha,3}$	3789,02016	2356,43	2357,61986	1,18986293
Mn-54	Photo	1347,68232	834,848	834,27971	0,56828985
	La-Röntg.	60,1382847	32,194	32,1982126	0,00421263
	La-138	2300,1979	1435,795	1436,59361	0,7986094
	La-138 Koinz.	2351,12027	1467,989	1469,00796	1,01896493
	$E_{\alpha,1}$	3207,75736	2019,75	2017,55303	2,19697312
	$E_{\alpha,2}$	3594,04896	2266,97	2266,92543	0,04457392
	$E_{\alpha,3}$	3733,89594	2356,43	2357,51261	1,08260715
Na-22	Annih.	838,544496	511	510,376846	0,62315353
	Photo	2068,82112	1274,657	1274,01676	0,64023813
	Koinz.	2881,86727	1785,657	1783,56932	2,08767541
	La-Röntg.	60,7839874	32,194	32,2133776	0,01937761
	La-138	2330,17668	1435,795	1437,3892	1,59419796
	La-138 Koinz.	2381,81989	1467,989	1469,71877	1,72976701
Zn-65	Photo	1790,61277	1115,539	1115,32205	0,2169458
	Annih.	827,893946	511	509,846854	1,15314564
	La-Röntg.	60,330653	32,194	32,2318684	0,03786838
	La-138	2297,77058	1435,795	1437,16012	1,3651237
	La-138 Koinz.	2348,67688	1467,989	1469,57441	1,5854078
	$E_{\alpha,1}$	3206,70516	2019,75	2018,92691	0,82309018
	$E_{\alpha,2}$	3590,45445	2266,97	2266,46036	0,50963809

	$E_{\alpha,3}$	3729,04734	2356,43	2356,13747	0,2925266
Co-60	Photo	1915,41245	1173,228	1172,38615	0,84184842
	Photo	2170,22666	1332,492	1331,13875	1,35324968
	Annih.	842,060733	511	509,126206	1,8737936
	La-Röntg.	61,4051885	32,194	32,2684866	0,07448656
	La-138	2340,30655	1435,795	1437,37714	1,58213825
	La-138 Koinz.	2392,25491	1467,989	1469,87018	1,88118019
	$E_{\alpha,1}$	3269,75249	2019,75	2021,85308	2,10307982
	$E_{\alpha,2}$	3662,36384	2266,97	2270,7293	3,75929634
	$E_{\alpha,3}$	3807,78545	2356,43	2363,21125	6,78124825
	Photo/Koinz.	4011,92219	2505,72	2493,30644	12,4135565
Y-88	Annih.	858,755415	511	510,362476	0,63752416
	Photo	3025,6236	1836,063	1828,52042	7,54257708
	S.Escape	2208,27918	1325,063	1328,31549	3,2524921
	Photo	1501,20065	898,042	898,518401	0,4764009
	D.Escape	1361,72391	814,063	814,05815	0,00485003
	La-Röntg.	62,2101067	32,194	32,2135304	0,01953041
	La-138	2387,77857	1435,795	1437,85611	2,06110678
	La-138 Koinz.	2439,85454	1467,989	1469,66853	1,67953315
	$E_{\alpha,1}$	3337	2019,75	2020,03322	0,28322312
	$E_{\alpha,2}$	3740	2266,97	2268,68096	1,71096425
	$E_{\alpha,3}$	3882,95	2356,43	2357,09184	0,66184496
	Co-57	Photo	198,474711	122,06065	119,242383
Photo/Koinz.		221,370952	136,47356	133,468572	3,00498798
Photo		1120,70935	692,41	694,726619	2,31661947
La-Röntg.		60,2944914	32,194	33,4527293	1,25872926
La-138		2302,20955	1435,795	1439,39587	3,60087393
La-138 Koinz.		2353,17403	1467,989	1471,7045	3,71549718
$E_{\alpha,1}$		3211,95466	2019,75	2018,4494	1,30060497
$E_{\alpha,2}$		3596,10118	2266,97	2264,43888	2,53112141

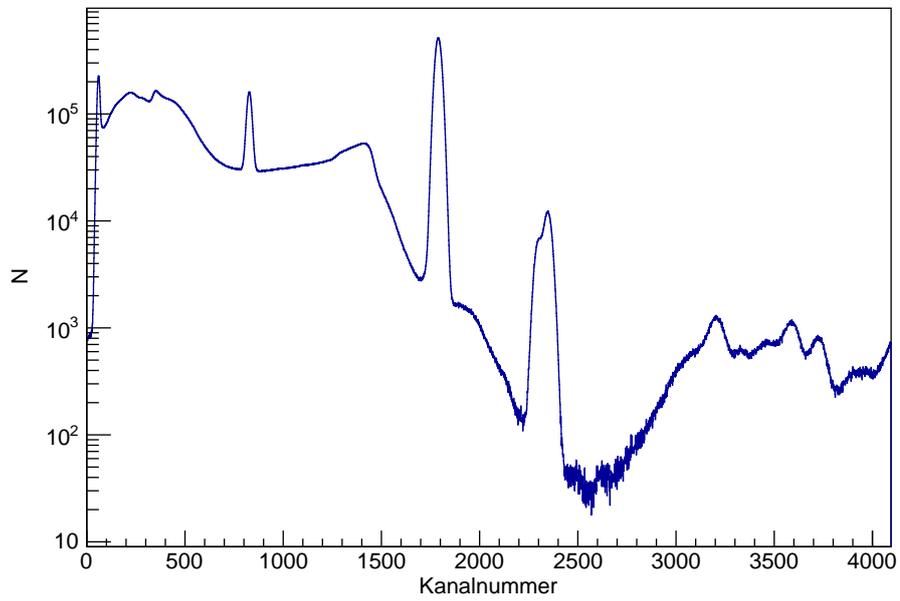
	$E_{\alpha,3}$	3737,15284	2356,43	2354,98234	1,4476614
Cd-109	Photo	142,764258	88,036	84,6768072	3,35919276
	La-Röntg.	60,0613013	32,194	33,3494616	1,15546155
	La-138	2297,51381	1435,795	1438,52564	2,73063997
	La-138 Koinz.	2348,55883	1467,989	1470,98449	2,9954879
	$E_{\alpha,1}$	3205,42904	2019,75	2018,52935	1,22064649
	$E_{\alpha,2}$	3590,03548	2266,97	2265,9353	1,0347003
	$E_{\alpha,3}$	3728,07391	2356,43	2354,97918	1,4508173
UG	La-Röntg.	60,6329886	32,194	32,1917785	0,00222152
	La-138	2329,73487	1435,795	1436,5414	0,74639643
	La-138 Koinz.	2379,87648	1467,989	1468,13462	0,14562072
	$E_{\alpha,1}$	3245,56763	2019,75	2017,41072	2,33927597
	$E_{\alpha,2}$	3634,69716	2266,97	2266,66476	0,30523521
	$E_{\alpha,3}$	3776,99957	2356,43	2358,18003	1,75002931
Ra-226	Ra-226	310,011418	186,211	186,490216	0,27921633
	Pb-214	402,550908	241,995	241,863693	0,13130704
	Pb-214	491,318727	295,22	295,083573	0,13642714
	Pb-214	585,644129	351,93	351,746279	0,18372147
	Bi-214	1011,67313	609,31	609,091045	0,21895483
	Bi-214	1846,89604	1120,29	1120,37155	0,08155435
	Bi-214	2037,65495	1238,11	1238,40033	0,29033257
	Bi-214	2879,76119	1764,49	1765,02079	0,53079446
	Bi-214	3436,55468	2118,514	2118,21629	0,29770567
	Bi-214	3571,40074	2204,21	2204,35285	0,14285169
Bi-214	3950,09414	2447,86	2447,50149	0,35850621	



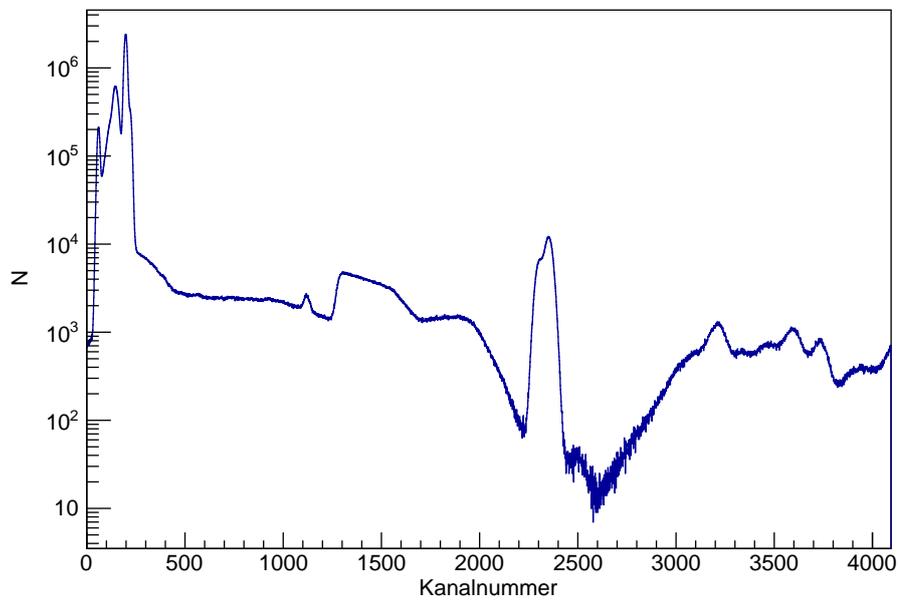
Mn-54 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



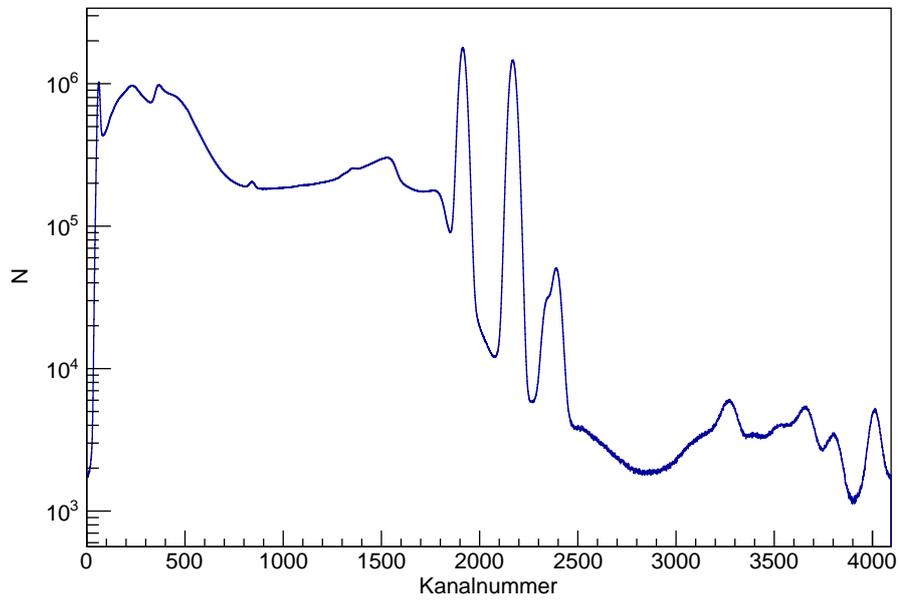
Na-22 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



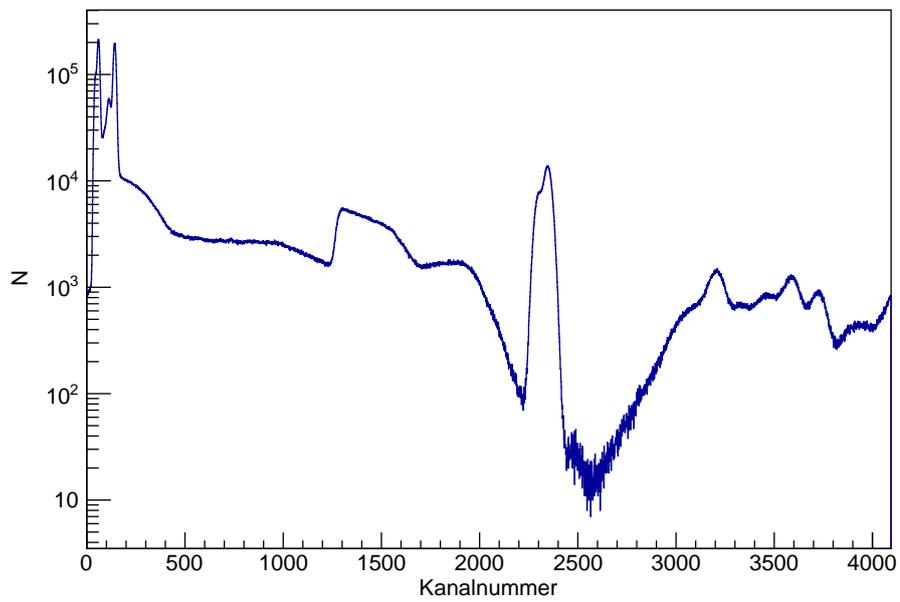
Zn-65 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



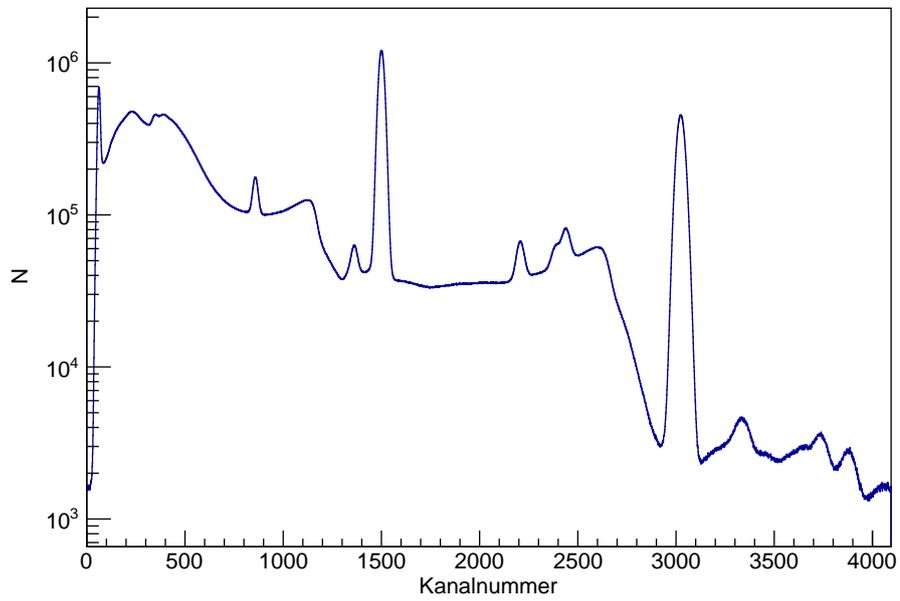
Co-57 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



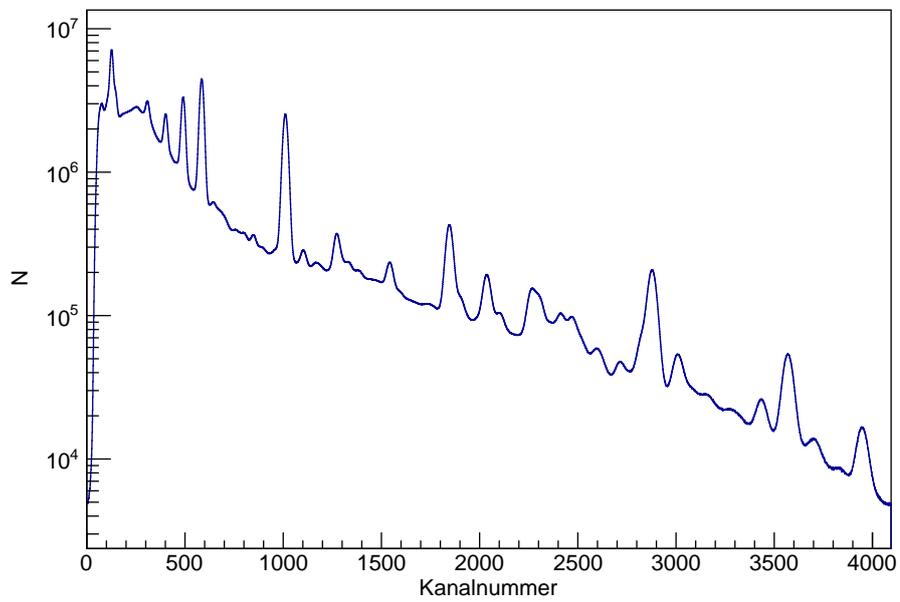
Co-60 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



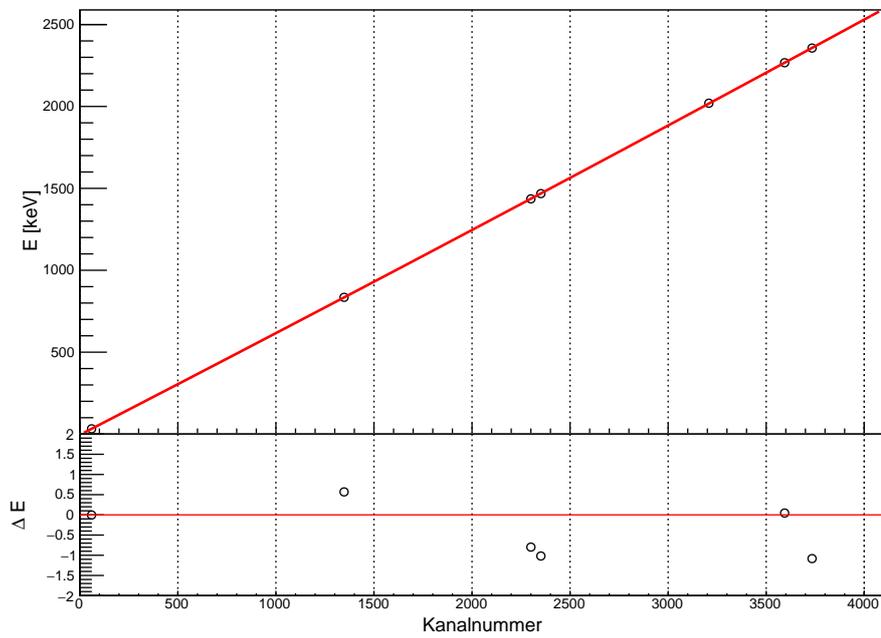
Cd-109 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



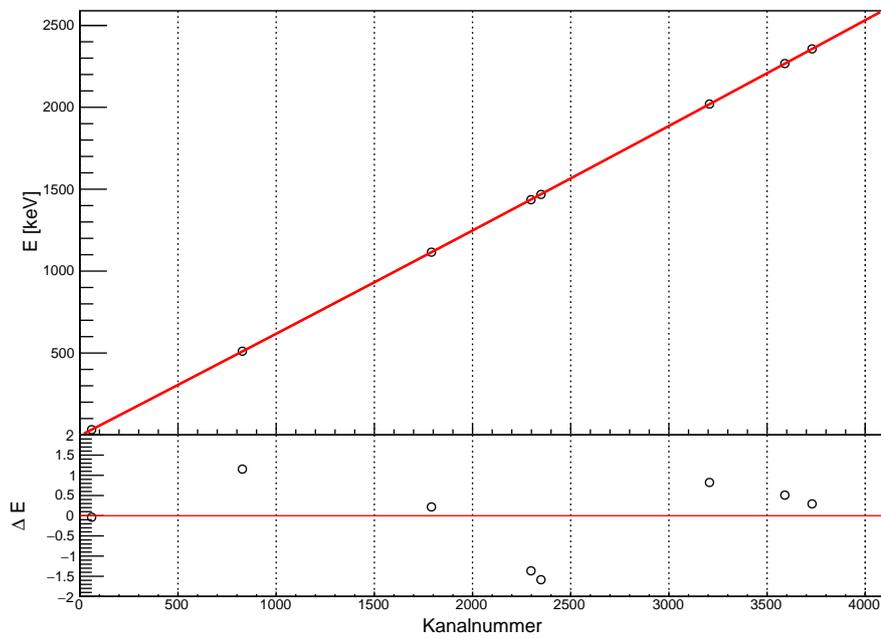
Y-88 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



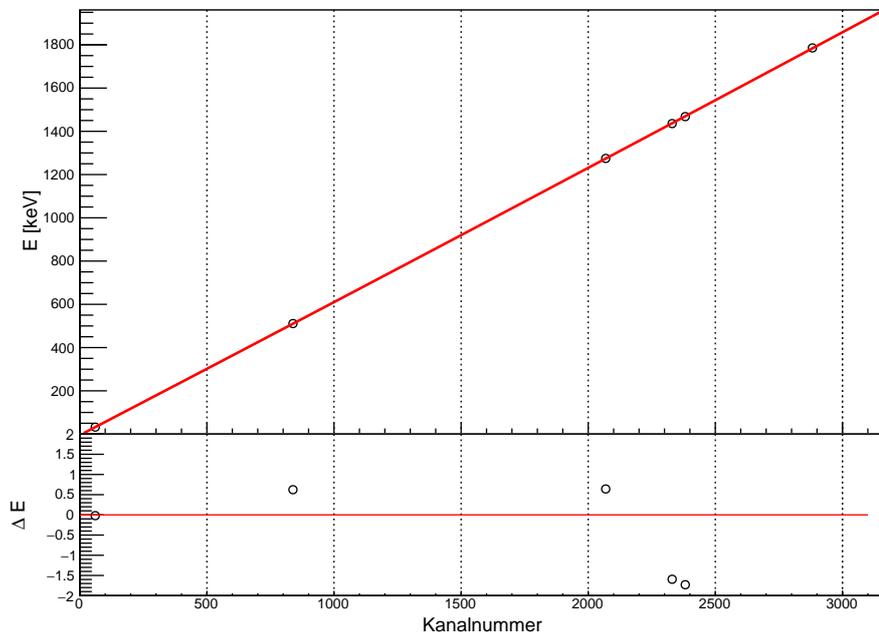
Ra-226 Spektrum im Abstand von 9,7 cm



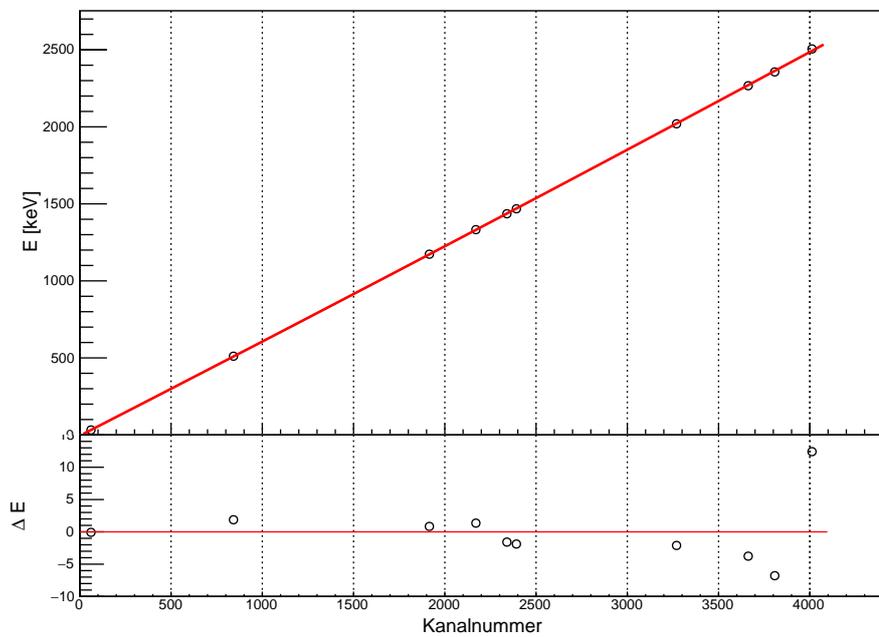
Energiekalibrierung des Mn-54 Spektrums mit Residuen



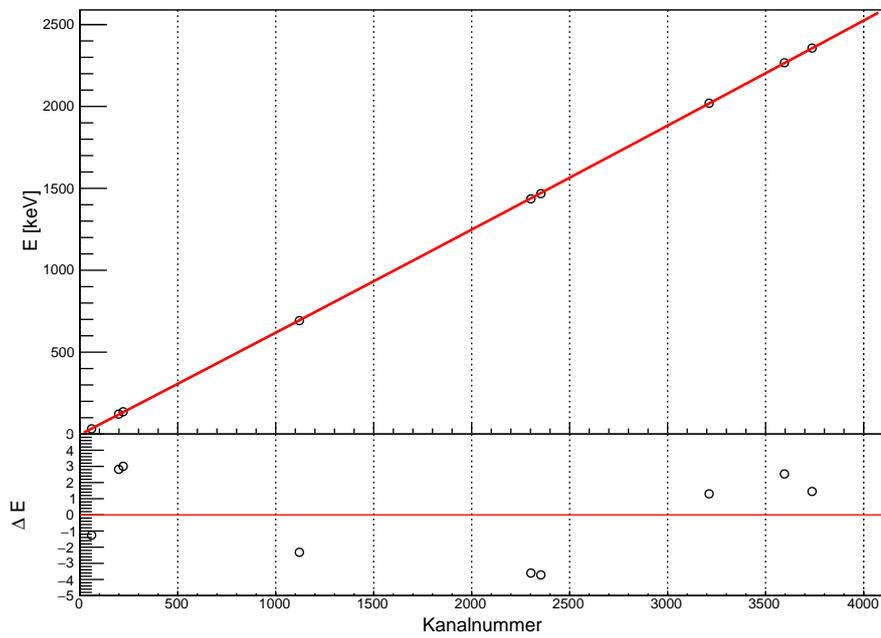
Energiekalibrierung des Zn-65 Spektrums mit Residuen



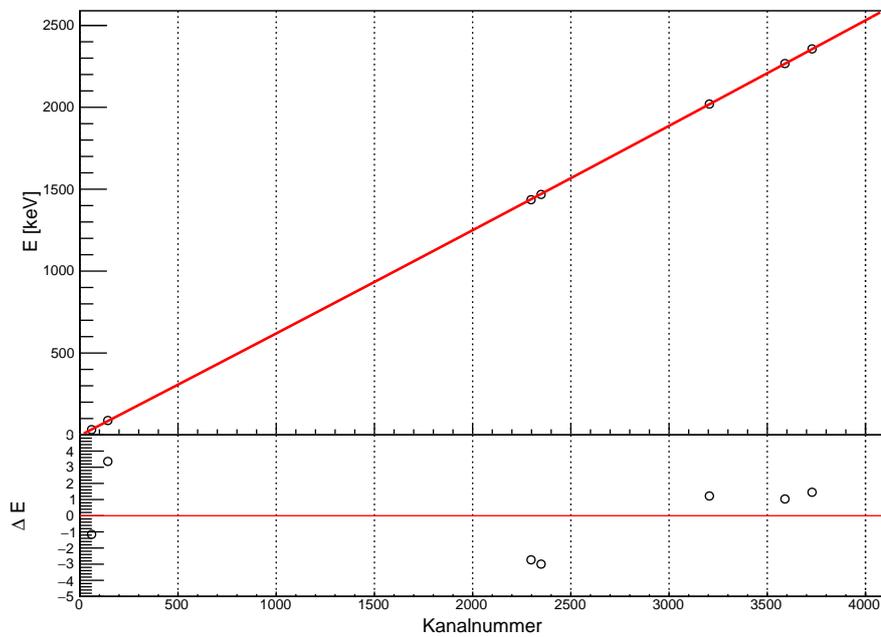
Energiekalibrierung des Na-22 Spektrums mit Residuen



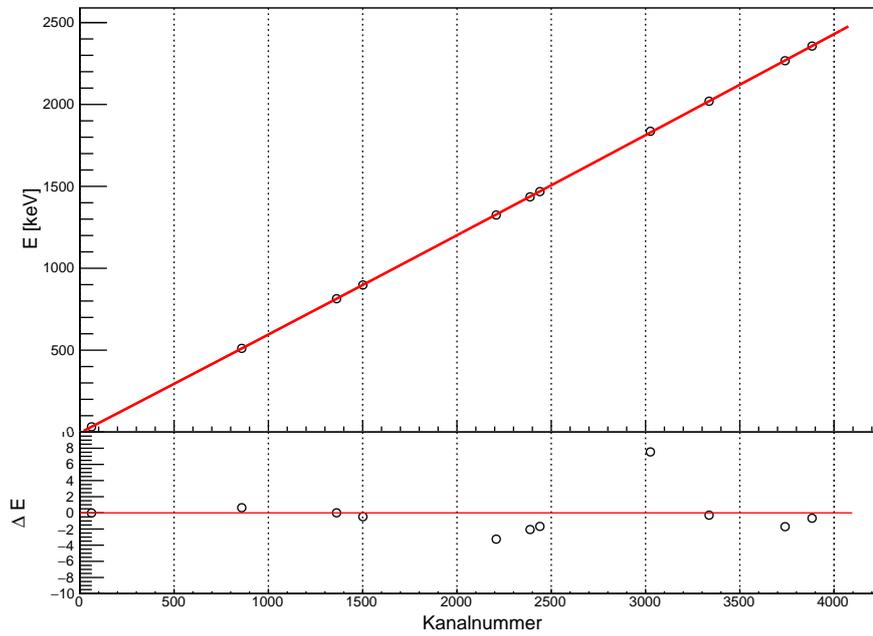
Energiekalibrierung des Co-60 Spektrums mit Residuen



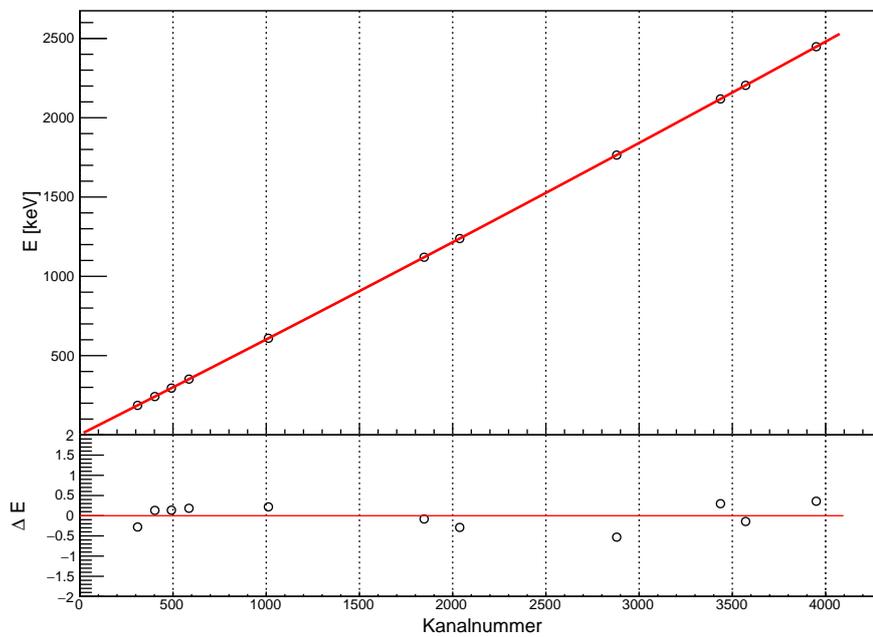
Energiekalibrierung des Co-57 Spektrums mit Residuen



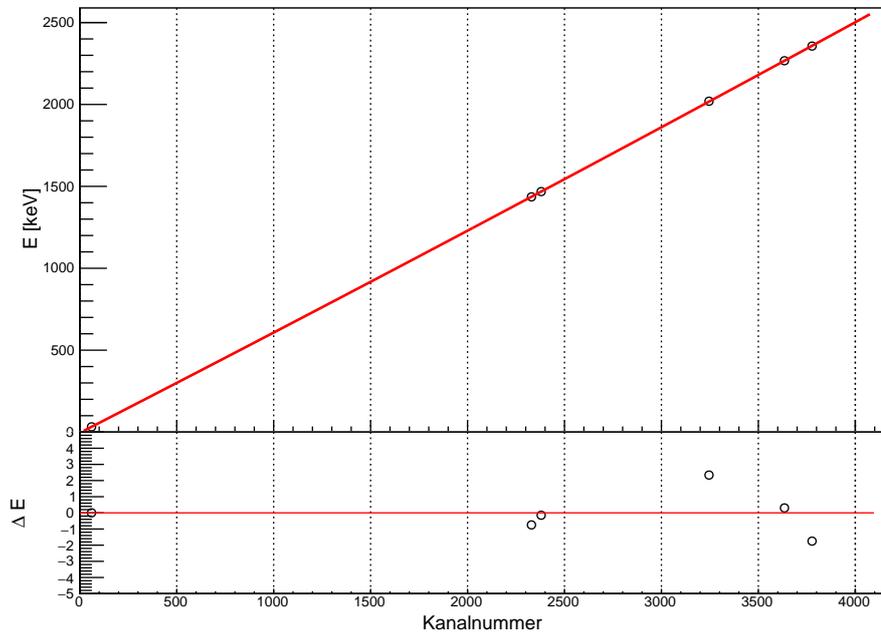
Energiekalibrierung des Cd-109 Spektrums mit Residuen



Energiekalibrierung des Y-88 Spektrums mit Residuen



Energiekalibrierung des Ra-226 Spektrums mit Residuen



Energiekalibrierung des Untergrundspektrums mit Residuen