

MESSUNSICHERHEITEN UND CHARAKTERISTISCHE GRENZEN NACH DIN UND ISO ALS GRUNDLAGE DER QUALITÄTSSICHERUNG

UNCERTAINTIES IN MEASUREMENTS AND CHARACTERISTIC LIMITS ACCORDING TO DIN AND ISO AS A BASIS OF QUALITY ASSURANCE

R. Michel

Zentrum für Strahlenschutz und Radioökologie, Universität Hannover

Zusammenfassung

Nachdem in Deutschland und international ein einheitlicher Ansatz zur Berechnung von Messunsicherheiten standardisiert wurde, können auf der Grundlage von Standardmessunsicherheiten charakteristische Grenzen, wie Erkennungs- und Nachweisgrenzen und die Grenzen des Vertrauensbereichs, für jedes Messverfahren berechnet werden. In den Normen DIN 25482 und ISO 11929 ist dieser Ansatz erst teilweise verwirklicht. In dieser Arbeit werden die notwendigen Aktualisierungen anhand einfacher Beispiele dargestellt.

Summary

Based on German and international standards there now exists a unified approach for the quantification of uncertainties in measurements. Based on such standard uncertainties, characteristic limits, such as decision thresholds, detection limits and limits of the confidence interval, can be calculated for any measuring task. In DIN 25482 and ISO 11929 this approach was only partially adopted up to now. In this work, the necessary improvements are discussed and examples for simple measuring tasks are given.

1 Einleitung

Messunsicherheiten und charakteristische Grenzen, d.h. Erkennungs-, Nachweisgrenzen und Grenzen von Vertrauensbereichen, sind grundlegende Daten zu Beurteilung von Messergebnissen und zur Charakterisierung der Qualität von Messverfahren. Sie werden in nationalen und internationalen Regelwerken vielfältig im Zusammenhang mit Anforderungen angesprochen, ohne dass in allen Fällen eindeutige Festlegungen zu ihrer Berechnung gegeben werden. Die daraus resultierenden Interpretationsschwierigkeiten können nur durch Standardisierung beseitigt werden.

Mit dem ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [1, 2], mit DIN 1319-4 [3] und DIN V ENV 13005 [4] liegen inzwischen internationale und nationale Festlegungen für die einheitliche Bestimmung von Messunsicherheiten vor, die durch EURACHEM [5] auch für die Anwendung in der analytischen Chemie empfohlen wurden. Wesentlich ist dabei, dass bei der Berechnung von Standardmessunsicherheiten alle Beiträge zur Messunsicherheit zu berücksichtigen sind. Auf der Grundlage einer Bayes'schen Theorie der Messunsicherheiten [6] schließt dies sowohl solche Beiträge zur Unsicherheit ein, die aus zählenden oder mehrfach wiederholten Messungen bestimmt werden können (Typ A), als auch solche, die lediglich aus anderen Quellen ermittelt werden können (Typ B).

Die Berechnung charakteristischer Grenzen ist in Deutschland durch DIN 25482 [7] standardisiert. In ISO 11929 [8] haben diese DIN-Normen ihre internationale Entsprechung gefunden. Während die ersten sieben Teile der Norm DIN 25482 und die ersten vier Teile von ISO 11929 lediglich die zählstatistischen Unsicherheiten bei der Festlegung der charakteristischen Grenzen berücksichtigen, wurde in DIN 25482-10 [9] bzw. ISO 11929-7 [10] ein neuer allgemeinerer Ansatz auf der Grundlage der Bayes-Statistik gewählt [11, 12], der die vollständige Berücksichtigung aller Quellen der Messunsicherheit erlaubt. In den Teilen 11 bis 13 von DIN 25482 wird DIN 25482-10 auf Messungen mit Albedo-Dosimetern, die Entfaltung von Spektren und auf zählende Messungen an bewegten Objekten angewandt. Auch die Teile 5, 6 und 8 von ISO 11929 benutzen den neuen Ansatz. Dabei ist die Anwendung von DIN 25482-10 nicht nur auf Kernstrahlungsmessungen beschränkt, sondern auf alle Messverfahren anwendbar, für die Messunsicherheiten nach DIN oder ISO ermittelt werden können [13].

Da die Verwendung vollständiger Messunsicherheiten heute als Stand von Wissenschaft und Technik anzusehen ist, ist die Aktualisierung der ersten sieben Teile von DIN 25482, der ersten vier Teile von ISO 11929 und die Anpassung des kerntechnischen Regelwerkes und der *Messanleitungen für die Überwachung der Radioaktivität in der Umwelt* erforderlich. In dieser Arbeit werden dafür die Vorgehensweise erläutert und Beispiele für einfache Messverfahren gegeben. Bzgl. einer ausführlicheren Darstellung sei auf [14] verwiesen.

2 Messunsicherheiten

Betrachtet wird die Messgröße Y , die durch ein Modell der Auswertung $Y = G(X_1, \dots, X_n)$ mit n Eingangsgrößen X_i (gemessen oder aus anderen Quellen) verknüpft ist. Mit Durchführung der Messungen erhält man primäre Messergebnisse x_i der Eingangsgrößen mit den ihnen zugeordneten Messunsicherheiten $u(x_i)$. Die Auswertung der Messung(en) nach DIN 1319 Teil 4 [3] bzw. nach dem ISO Guide [1, 2] ergibt das vollständige Messergebnis y als Schätzwert für den wahren Wert η der Messgröße Y mit der Standardunsicherheit $u(y)$

$$y = G(x_1, \dots, x_n) \quad \text{und} \quad u(y) = \sqrt{\sum_i \sum_j \frac{\partial G}{\partial X_i} \frac{\partial G}{\partial X_j} \cdot u(x_i, x_j)} \quad . \quad (1)$$

Dabei sind die $u(x_i, x_j)$ die Kovarianzen der Eingangsgrößen, die z. B. mit den arithmetischen Mittelwerten \bar{x}_i und \bar{x}_j der Ergebnisse $x_{i,k}$ und $x_{j,k}$ von m Wiederholungsmessungen der Eingangsgrößen X_i durch die experimentellen Kovarianzen nach Gl. 2 gegeben sind

$$u(x_i, x_j) = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{k=1}^m (x_{i,k} - \bar{x}_i) \cdot (x_{j,k} - \bar{x}_j) \quad . \quad (2)$$

Bei unkorrelierten Eingangsgrößen erhält man $u(y)$ in der bekannten Form des „Fehlerfortpflanzungsgesetzes“

$$u(y) = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)} \quad . \quad (3)$$

Mit der Standardunsicherheit sind die Wahrscheinlichkeit $f(\eta|y)$, dass ein wahrer Wert η bei gegebenem Messergebnis y vorliegt, und die Wahrscheinlichkeit $f(y|\eta)$, ein Messergebnis y zu erhalten, wenn ein wahrer Wert η vorliegt, Normalverteilungen mit der Varianz $u^2(y)$ [12].

3 Charakteristische Grenzen

Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(y|\eta)$ werden die Erkennungsgrenze y^* und die Nachweisgrenze η^* auf der Grundlage eines statistischen Hypothesentests festgelegt. Man testet die Nullhypothese $H_0 : \eta = 0$ gegen die Alternativhypothese $H_1 : \eta > 0$.

Die Erkennungsgrenze y^* ist zu einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α für den Fehler 1. Art definiert durch

$$P(y > y^* | \eta = 0) = \int_{y^*}^{\infty} f(y|\eta = 0) dy = \alpha . \quad (4)$$

Damit wird die Erkennungsgrenze so festgelegt, dass im Falle des Vorliegens von ausschließlich Nulleffekt, die Wahrscheinlichkeit, einen Messwert y größer als y^* zu erhalten und die Nullhypothese fälschlicherweise abzulehnen (Fehler 1. Art), gleich dem Wert α ist.

Die Nachweisgrenze η^* ist zu einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit β für den Fehler 2. Art definiert durch

$$P(y < y^* | \eta = \eta^*) = \int_{-\infty}^{y^*} f(y|\eta = \eta^*) dy = \beta . \quad (5)$$

Damit ist die Nachweisgrenze der kleinste wahre Wert der Messgröße, für den die Wahrscheinlichkeit, einen Messwert kleiner als die Erkennungsgrenze y^* zu erhalten und fälschlicherweise die Nullhypothese zu akzeptieren (Fehler 2. Art), gleich dem Wert β ist.

Die Grenzen des Vertrauensbereichs η_l and η_u sind zu einem vorgegebenen Vertrauensgrad $1-\gamma$ definiert mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(\eta|y)$ durch

$$P(\eta < \eta_l | y) = \int_{-\infty}^{\eta_l} f(\eta|y) d\eta = P(\eta > \eta_u | y) = \int_{\eta_u}^{\infty} f(\eta|y) d\eta = \gamma / 2 . \quad (6)$$

Damit hat die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Wert η der Messgröße Y im Intervall $[\eta_l, \eta_u]$ liegt, den Wert $1-\gamma$.

Während die Vertrauensgrenzen zu einem Ergebnis y mit der Standardunsicherheit $u(y)$ nach DIN 25482-10 direkt angegeben werden können, benötigt man zur Berechnung der Erkennungs- und der Nachweisgrenze darüberhinausgehende Information, nämlich die Kenntnis der Funktion $\tilde{u}(\eta)$, der Standardunsicherheit als Funktion des wahren Wertes η der Messgröße Y . Mit ihr ergibt sich die Erkennungsgrenze y^* (Abb. 1) als

$$y^* = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) , \quad (7)$$

wobei $k_{1-\alpha}$ das $(1-\alpha)$ -Quantil der standardisierten Normalverteilung ist.

Die Nachweisgrenze η^* (Abb. 1) ist der kleinste wahre Wert der Messgröße, der mit dem Messverfahren mit hoher Sicherheit nachweisbar ist. Er ist so hinreichend größer als die Erkennungsgrenze, dass die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art gleich β ist. Mit $\tilde{u}(\eta)$ berechnet man die Nachweisgrenze durch die implizite Gleichung

$$\eta^* = y^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(\eta^*) , \quad (8)$$

wobei $k_{1-\beta}$ das $(1-\beta)$ -Quantil der standardisierten Normalverteilung ist.

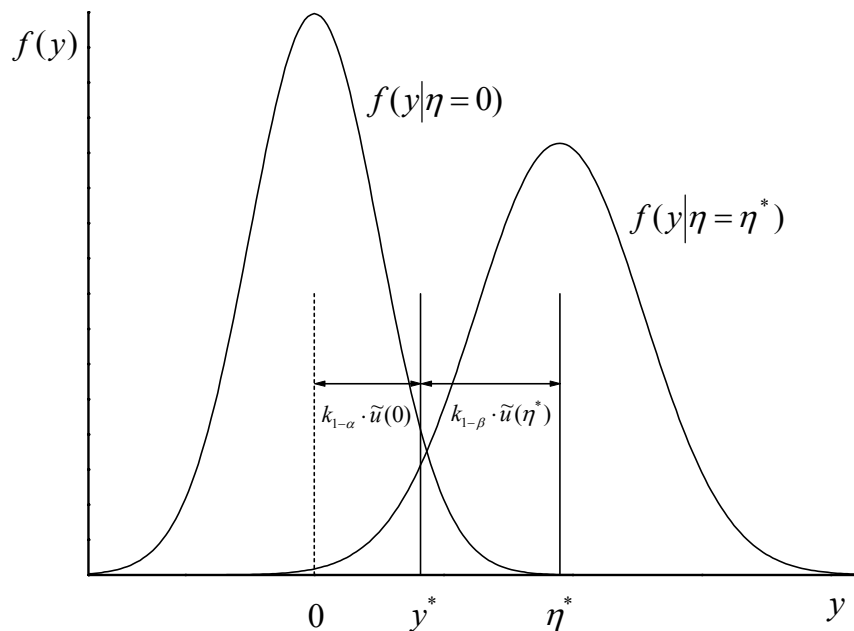


Abb. 1: Definition von Erkennungs- und Nachweisgrenze.

Zu einem gegebenen Messproblem reduziert sich damit die Aufgabe der Bestimmung von Erkennungs- und Nachweisgrenze auf die Ermittlung von $\tilde{u}(\eta)$. Für viele Messprobleme, die in den Teilen 1 bis 7 von DIN 25482 behandelt werden, kann $\tilde{u}(\eta)$ explizit angegeben werden.

4 Berechnung charakteristischer Grenzen

Im Folgenden wird in Analogie zu DIN 25482-1 die Bestimmung einer Messgröße Y behandelt, die sich bei zählenden Messungen aus der Differenz zweier Zählraten ergibt und die z.B. eine Aktivität oder eine massen- oder flächenbezogene Aktivität sein kann. In diesem Fall lassen sich alle Kalibrier- und Korrektionsfaktoren in einem Faktor κ mit der Standardunsicherheit $u(\kappa)$ zusammenfassen und das Ergebnis der Messung kann nach Gl. 9 berechnet werden

$$y = \kappa \cdot (R_b - R_0) = \kappa \cdot R_n = \kappa \cdot (N_b / t_b - N_0 / t_0) \quad . \quad (9)$$

Mit den Ereigniszahlen N_b und N_0 der Brutto- und der Nulleffektmessungen mit Messdauern t_b bzw. t_0 ergibt sich aufgrund der Poisson-Statistik des radioaktiven Zerfalls

$$u^2(y) = R_n^2 \cdot u^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot u^2(R_n) = R_n^2 \cdot u^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left[\frac{N_b}{t_b^2} + \frac{N_0}{t_0^2} \right] \quad . \quad (10)$$

Für einen wahren Wert der Messgröße η erwartet man wegen $\rho_n = \eta / \kappa$

$$N_b = \eta \cdot t_b / \kappa + N_0 \cdot t_b / t_0 \quad ; \quad (11)$$

$$\tilde{u}^2(\eta) = \eta^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left[\frac{\eta}{t_b \cdot \kappa} + \frac{N_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{t_b} + \frac{1}{t_0} \right) \right] \quad \text{mit } u_{\text{rel}}(\kappa) = u(\kappa) / \kappa \quad . \quad (12)$$

Ein Beispiel für $\tilde{u}^2(\eta)$ nach Gl. 12 ist in Abb. 2 gegeben.

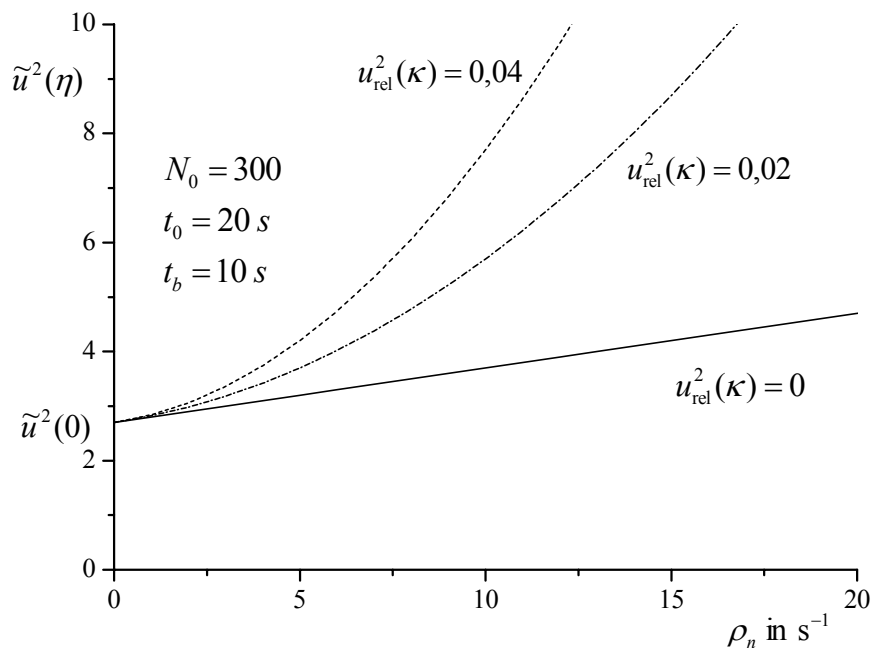


Abb. 2: Abhängigkeit von $\tilde{u}^2(\eta)$ vom wahren Wert der Nettozählrate ρ_n für $\kappa = 1$ und verschiedene Werte des Quadrats der relativen Standardunsicherheit von κ .

In DIN 25482-1 wurde bisher nur die Nettozählrate R_n als Messgröße betrachtet. Für diese gilt wegen $\kappa = 1$ und $u(\kappa) = 0$

$$\tilde{u}^2(R_n) = \frac{R_n}{t_b} + \frac{N_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{t_b} + \frac{1}{t_0} \right) \quad . \quad (13)$$

Allgemein erhält man für die Messgröße Y die Erkennungsgrenze y^*

$$y^* = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \sqrt{\frac{N_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{t_b} + \frac{1}{t_0} \right)} \quad (14)$$

und die Nachweisgrenze η^*

$$\eta^* = y^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(\eta^*) = y^* + k_{1-\beta} \cdot \sqrt{\eta^{*2} \cdot u_{\text{rel}}^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left[\frac{\eta^*}{t_b \cdot \kappa} + \frac{N_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{t_b} + \frac{1}{t_0} \right) \right]} \quad (15)$$

Diese Formeln gelten mit $t_0 = t_b = t$ auch für die γ -Spektrometrie, wenn nach DIN 25482-5 lediglich die charakteristischen Grenzen für die Messung einer γ -Linie in einem Spektrum berechnet werden und wenn N_b die Anzahl der Bruttoereignisse in der Linie und N_0 die Anzahl der Ereignisse im (Compton-) Untergrund unter der Linie bezeichnen. Man erhält:

$$y^* = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot N_0}{t^2}} \quad ; \quad (16)$$

$$\eta^* = y^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(\eta^*) = y^* + k_{1-\beta} \cdot \sqrt{\eta^{*2} \cdot u_{\text{rel}}^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left[\frac{\eta^*}{t \cdot \kappa} + \frac{2 \cdot N_0}{t^2} \right]} \quad (17)$$

Wird aber bei der γ -Spektrometrie, zum Beispiel beim Nachweis natürlicher Radionuklide, die Messgröße als Differenz der Nettoereignisse in den γ -Linien der Spektren einer Probenmessung (Index p , Messdauer t_p) und einer Nulleffekt- oder Blindwert-Messung (Index 0 , Messdauer t_0) durchgeführt, sind die Gleichungen 16 und 17 nicht mehr anwendbar. Seien N_0 und N_p die Nettoereigniszahlen der betrachteten γ -Linie im Nulleffekt- bzw. Probenspektren mit ihren Standardunsicherheiten $u(N_0)$ und $u(N_p)$ und seien N_0^* und N_p^* die Erkennungsgrenzen nach DIN 25482-2, -5 oder -12 für die Nettozählraten der γ -Linien im Nulleffekt- bzw. Probenspektrum. Bei der Behandlung dieses Falles wird davon ausgegangen, dass $N_0 \geq N_0^*$ und $N_p \geq N_p^*$ gilt. Die Fälle $N_0 < N_0^*$ oder $N_p < N_p^*$ sind trivialerweise nach Gl. 14 und 15 zu behandeln. Ist $N_0 \geq N_0^*$ und $N_p \geq N_p^*$ berechnet man das Ergebnis y und seine zugeordnete Standardunsicherheit $u(y)$ nach Gl. 18 und 19

$$y = \kappa \cdot (N_p / t_p - N_0 / t_0) \quad ; \quad (18)$$

$$u^2(y) = (N_p / t_p - N_0 / t_0)^2 \cdot u^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left(\frac{u^2(N_p)}{t_p^2} + \frac{u^2(N_0)}{t_0^2} \right) \quad (19)$$

Für $\eta = 0$ erwartet man $N_p = N_0 \cdot t_p / t_0$ und $u^2(N_p) = u^2(N_0) \cdot t_p^2 / t_0^2$ und damit $\tilde{u}^2(0) = \kappa^2 \cdot 2 \cdot u^2(N_0) / t_0^2$ und die Erkennungsgrenze

$$y^* = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \sqrt{2} \cdot u(N_0) / t_0 \quad (20)$$

Für einen wahren Wert der Messgröße η erwartet man

$$N_p = \eta \cdot t_p / \kappa + N_0 \cdot t_p / t_0 \quad ; \quad (21)$$

und damit

$$\tilde{u}^2(\eta) = \frac{\eta^2}{\kappa^2} \cdot u^2(\kappa) + \kappa^2 \cdot \left(\frac{u^2(N_p(\eta))}{t_p^2} + \frac{u^2(N_0)}{t_0^2} \right) \quad (22)$$

Hier kann $u^2(N_p)$ als Funktion von η nicht alleine auf der Grundlage der Poisson-Verteilung bestimmt und $\tilde{u}^2(\eta)$ nicht explizit angegeben werden. Bei Kenntnis eines Ergebnisses y und der ihm zugeordneten Standardunsicherheit $u(y)$ kann aber die Interpolationsformel, Gl. 1 aus DIN 25482-10, angewendet werden. Man erhält

$$\eta^* = a + \sqrt{a^2 + (k_{1-\beta}^2 - k_{1-\alpha}^2) \cdot \kappa^2 \cdot 2 \cdot u^2(N_0) / t_0^2} \quad (23)$$

mit

$$a = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \sqrt{2} \cdot u(N_0) / t_0 + \frac{1}{2} (k_{1-\beta}^2 / y) \cdot (u^2(y) - \kappa^2 \cdot 2 \cdot u^2(N_0) / t_0^2) \quad (24)$$

und, falls $\alpha = \beta$ gewählt wurde, die Nachweisgrenze

$$\eta^* = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot u(N_0) / t_0 + (k_{1-\beta}^2 / y) \cdot (u^2(y) - \kappa^2 \cdot 2 \cdot u^2(N_0) / t_0^2) \quad (25)$$

Das Vorgehen nach Gl. 20 bis 25 lässt sich auch zur Berechnung von Erkennungs- und Nachweisgrenzen für ein allgemeines Modell der chemischen Analytik anwenden, bei dem die Messgröße Y als Differenz einer Bruttogröße X_b und einer Blindwertgröße X_0 durch Multiplikation mit einem Kalibrier- oder Korrektionsfaktor berechnet wird:

$$y = \kappa \cdot (x_b - x_0) \quad (26)$$

Falls Kovarianzen vernachlässigt werden können, ist die zugeordnete Standardmessunsicherheit $u(y)$ gegeben durch

$$u^2(y) = (x_b - x_0)^2 \cdot u(\kappa)^2 + \kappa^2 \cdot u^2(x_b - x_0) \quad (27)$$

Für einen wahren Wert der Messgröße $\eta = 0$ erwartet man $x_b = x_0$ und erhält damit

$$\tilde{u}^2(0) = 2 \cdot \kappa^2 \cdot u^2(x_0) \quad (28)$$

und die Erkennungsgrenze

$$y^* = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \kappa \cdot \sqrt{2} \cdot u(x_0) \quad (29)$$

Auch hier ist $\tilde{u}(\eta)$ nur im Falle $\eta = 0$ bekannt und man muss mit einem erhaltenen Ergebnis y

und mit der ihm zugeordneten Standardunsicherheit $u(y)$ als Startwerte auf die Interpolationsgleichung

$$\tilde{u}^2(\eta) = \tilde{u}^2(0) \cdot (1 - \eta / y) + u^2(y) \cdot \eta / y \quad (30)$$

zurückgreifen. Da in vielen praktischen Fällen $\tilde{u}^2(\eta)$ eine langsam zunehmende lineare Funktion von η ist, ist die oben gemachte Näherung gerechtfertigt. Mit der Interpolationsformel nach Gl. 30 erhält man die Näherungsformel für die Nachweisgrenze

$$\eta^* = a + \sqrt{a^2 + (k_{1-\beta}^2 - k_{1-\alpha}^2) \cdot \tilde{u}^2(0)} \quad (31)$$

mit $a = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) + \frac{1}{2}(k_{1-\beta}^2 / y) \cdot (u^2(y) - \tilde{u}^2(0))$. Gilt $\alpha = \beta$, erhält man $\eta^* = 2 \cdot a$.

Die häufig angewandte, weitergehende Näherung $\tilde{u}(\eta) = u(y)$ für alle wahren Werte η und die damit folgende Berechnung der Nachweisgrenze als $\eta^* = (k_{1-\alpha} + k_{1-\beta}) \cdot u(y)$ ist nur dann gerechtfertigt, wenn ihre Gültigkeit vorher geprüft wurde.

5 Literatur

- [1] ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO International Organization for Standardization, Geneva 1993, corrected reprint 1995.
- [2] ISO, Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, Beuth Verlag, Berlin, Köln, 1993.
- [3] DIN 1319-4, Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen, Beuth Verlag, Berlin, Köln, 02-1999.
- [4] DIN V ENV 13005, Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, Beuth Verlag, Berlin, Köln, 06-1999.
- [5] Eurachem, Die Ermittlung der Messunsicherheit in der Analytischen Chemie, Deutsche Ausgabe von Quantifying Uncertainty in Analytical Chemistry, Erste Ausgabe (1998).
- [6] K. Weise, W. Wöger, Messunsicherheit und Messdatenauswertung, Wiley-VCH, Berlin (1999) 345 Seiten.
- [7] DIN 25482, Nachweisgrenze und Erkennungsgrenze bei Kernstrahlungsmessungen, Teile 1- 7 und 10 -13, Beuth Verlag, Berlin, Köln.
- [8] ISO 11929, Determination of detection limit and decision threshold for ionizing radiation measurements – parts 1 - 8, ISO, Geneva.
- [9] DIN 25482-10, Nachweisgrenze und Erkennungsgrenze bei Kernstrahlungsmessungen, Allgemeine Anwendungen, Beuth Verlag, Berlin, Köln, 05-2000.
- [10] ISO 11929-7, Determination of detection limit and decision threshold for ionizing radiation measurements - parts 7: Fundamentals and general applications, ISO/CD 2001.
- [11] K. Weise, Kerntechnik 63 (1998) 214 - 224.
- [12] K. Weise, in: M. Winter, K. Henrichs, H. Dörfel (Hrsg.) Radioaktivität in Mensch und Umwelt, 30. Jahrestagung des Fachverbandes für Strahlenschutz, 28. Sept. - 2. Okt. 1998, Lindau, TÜV-Rheinland Verlag, Köln (1998) 713 - 718.
- [13] R. Michel, J. Radioanal. Chem. 245 (2000) 137 - 144.
- [14] R. Michel, K. Kirchhoff, Nachweis-, Erkennungs- und Vertrauensgrenzen bei Kernstrahlungsmessungen, TÜV-Rheinland Verlag, Köln (1999) 167 Seiten.

R. Michel

Messunsicherheiten und Charakteristische Grenzen nach DIN und ISO als Grundlage der Qualitätssicherung

in : R. Michel, M. Täschner, A. Bayer (Hrsg.) Praxis des Strahlenschutzes: - Messen, Modellieren, Dokumentieren -, Tagungsband der 34. Jahrestagung des Fachverbandes für Strahlenschutz e.V., Kloster Seeon, 21. 25. April 2002, TÜV-Verlag, Köln (2002) 81 - 88.